

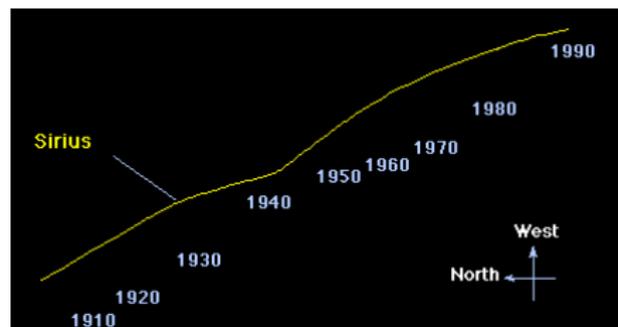
# Endstadien der Sternentwicklung

Scheinseminar Astro- und Teilchenphysik (WS 2009/10)  
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Thomas Gabor

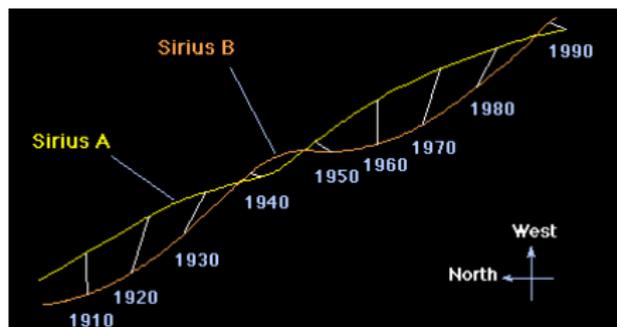
07. Dezember 2009

# Die Entdeckung von Sirius B



1844: F. Bessel stellt nicht-geradlinige Bewegung von Sirius fest

# Die Entdeckung von Sirius B



1844: F. Bessel stellt nicht-geradlinige Bewegung von Sirius fest und deutet sie als **Wirkung eines Doppelsternpartners**

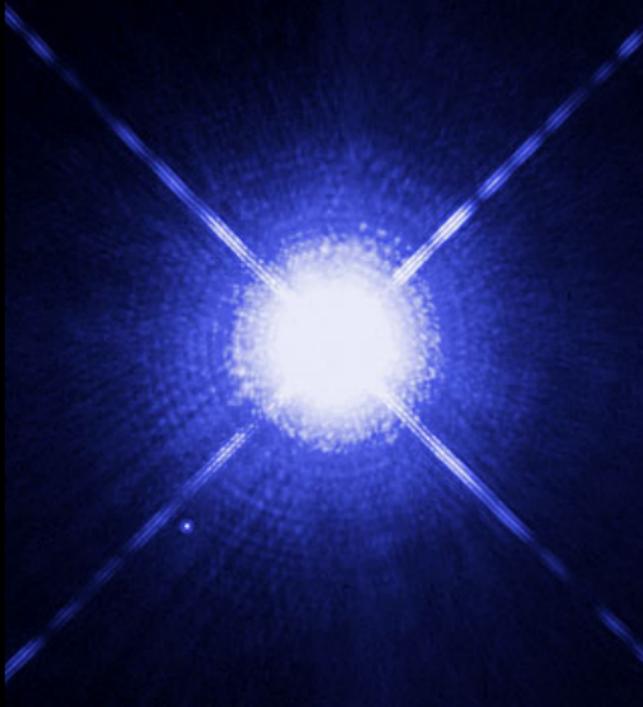
1862: Sirius B entdeckt von A. G. Clark (visuell!)

1915: Spektroskopische Aufnahmen deuten auf hohe Temperatur hin

⇒ zusammen mit hoher Masse (aus Umlaufdauer) und kleinem Radius (geringe Leuchtkraft) folgt daraus eine extrem hohe Dichte

1925: von W. Adams anhand der spektralen Rotverschiebung bestätigt

⇒ neue Art von Stern: **Weißer Zwerg**



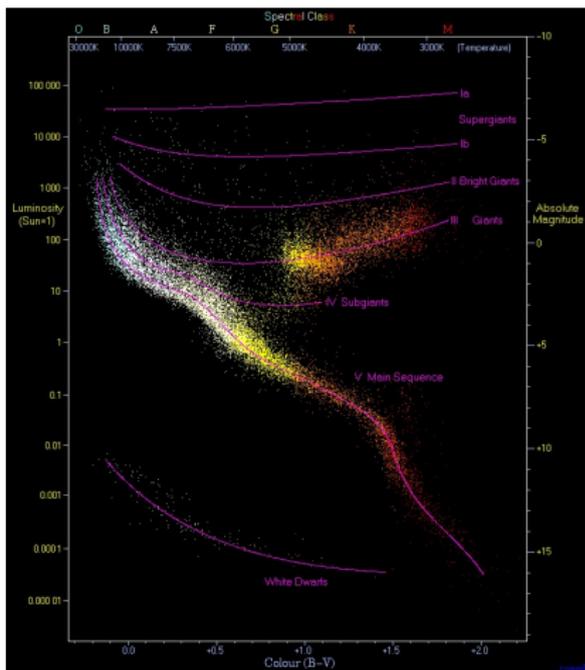
[NASA/ESA]

Sirius A und sein Begleiter Sirius B (The „Dog Star“ and its „Pup“)  
aufgenommen mit dem Hubble Space Telescope (2003)

# Endstadien der Sternentwicklung - Inhalt

- 1 Weiße Zwerge
  - Entstehung und Entwicklung
- 2 Gleichgewichtszustand bei Entartung
  - innerer Aufbau und Eigenschaften
  - Chandrasekhar-Grenze
- 3 Neutronensterne
  - Aufbau
  - Eigenschaften
  - Oppenheimer-Volkov-Limit
- 4 Schwarze Löcher
  - Allgemeine Relativitätstheorie
  - Nachweis
  - Ausblick

# Entstehung und Entwicklung



[R. Powell]

- Endstadium für Sterne mit  $M \lesssim 8M_{\odot}$
  - Am Ende des Riesenstadiums: Strahlungsdruck stößt äußere Schichten ab (**Planetarischer Nebel**)
  - übrig bleibt heißer Kern (= **Weißer Zwerg**) mit typischerweise
    - ▶  $M_{\text{WD}} \sim 0.6M_{\odot}$
    - ▶  $R_{\text{WD}} \sim \text{Erdradius!}$
  - kühlt sehr langsam ( $\sim 10^{15} \text{ yr}^*$ ) aus
  - dabei kristallisiert der Kern kontinuierlich von innen nach außen („diamond in the sky“)
- Endstadium: Schwarzer Zwerg

\* nach Barrow & Tipler

# Hydrostatisches Gleichgewicht

Sterne befinden sich ganz allgemein im **hydrostatischen Gleichgewicht**:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$$

Ionisiertes Gas in einem (Hauptreihen-) Stern ist dabei gut beschreibbar als ideales Gas:

$$P = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}} = \frac{k_B}{\mu m_H} \rho T + \frac{1}{3} a T^4$$

(Gasdruck  $P_{\text{gas}}$  + Strahlungsdruck  $P_{\text{rad}}$ )

⇒ Wesentlich zur Aufrechterhaltung des Drucks ist eine hohe Temperatur

⇒ **Energiequelle nötig, die Gas erhitzt! (= Kernfusion)**

## Running out of gas?

Ist z.B. für einen massarmen Stern ( $\sim M_{\odot}$ ) der Wasserstoff im Kern verbraucht, kontrahiert der He-Kern

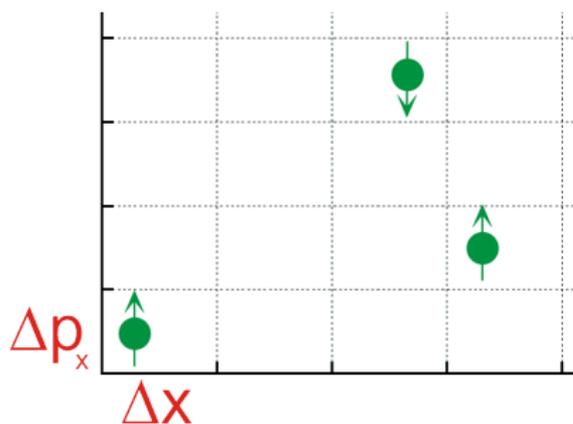
- ⇒ Temperatur und Dichte steigen stark an
- ⇒ für zu hohe Dichten ( $\rho \sim 10^7 \text{ kg/m}^3$ ) gilt aber die Zustandsgleichung des idealen Gases nicht mehr
- quantenmechanische Effekte werden wichtig, sog. **Entartung** tritt ein
- der **Entartungsdruck** wirkt dem Kernkollaps entgegen

Im Endstadium eines Sterns findet schließlich keinerlei Fusion mehr statt.

- ⇒ Entartung spielt für den Endzustand die zentrale Rolle!

# Entartung

- Heißenberg'sche Unschärferelation  $\Delta\vec{p} \cdot \Delta\vec{x} \geq h^3$  gibt kleinste Phasenraumzelle vor
- nach Pauli-Prinzip finden hier max. zwei Elektronen (Spin  $\uparrow$  und  $\downarrow$ ) Platz



bei genug „Platz“

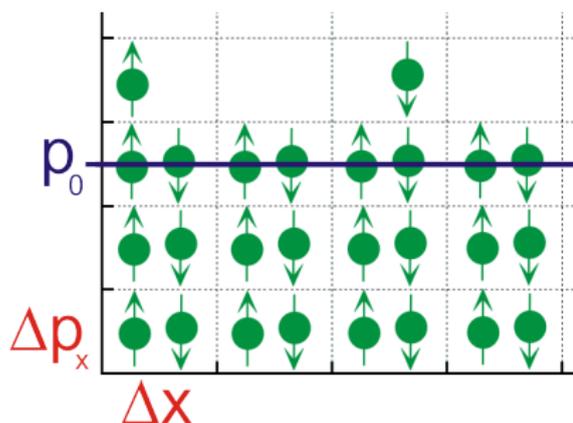
→ keine Wechselwirkung

→ ideales Gas

⇒ thermischer Druck

# Entartung

- Heißenberg'sche Unschärferelation  $\Delta\vec{p} \cdot \Delta\vec{x} \geq h^3$  gibt kleinste Phasenraumzelle vor
- nach Pauli-Prinzip finden hier max. zwei Elektronen (Spin  $\uparrow$  und  $\downarrow$ ) Platz



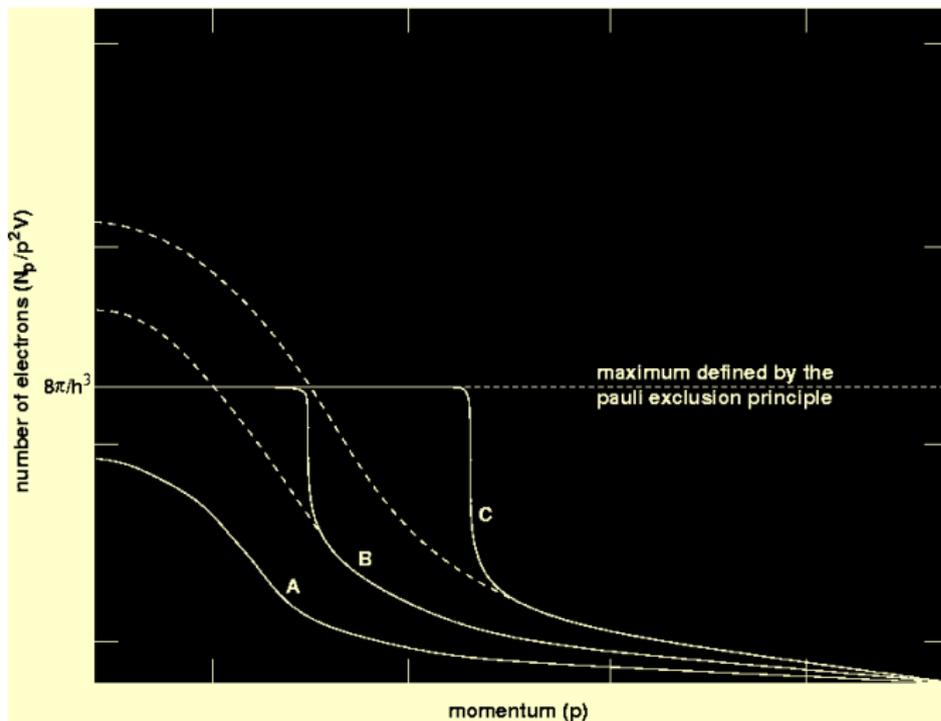
für hohes  $\rho$  oder  $T \rightarrow 0$

→ es wird eng im Phasenraum

→ Entartung tritt ein

⇒ **Entartungsdruck**

# Entartung



- A Maxwellverteilung
- B Entartung tritt ein
- C Entartung steigt

[V. Dhillon, 2009]

# Entartungsdruck

Berechnung des Entartungsdrucks:

- Mit Impuls im Bereich  $[p, p + dp]$  und Gasvolumen  $V$  beträgt das gesamte verfügbare Phasenraumvolumen der Elektronen:

$$4\pi p^2 dp V$$

⇒ Elektronenzahl im Impulsintervall:  $dN = 2 \cdot \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3}$

⇒ alle Elektronen haben  $p < p_0$  (vollständige Entartung):

$$N = \frac{8\pi V}{3h^3} p_0^3$$

⇒ Fermi-Impuls:

$$p_0 = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{h}{2} \left(\frac{N}{V}\right)^{1/3}$$

## Entartungsdruck II

mit  $E = \int \epsilon dN$  ergibt sich als Druck:

- nicht-relativistisches Gas ( $\epsilon = p^2/2m_e$ )

$$P = \frac{2}{3} \frac{E}{V} = \frac{1}{20} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{\frac{5}{3}} \frac{h^2}{m_e} \cdot \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{5}{3}}$$

- (extrem) relativistisches Gas ( $\epsilon = cp$ )

$$P = \frac{1}{3} \frac{E}{V} = \frac{1}{8} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} hc \cdot \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{4}{3}}$$

Für ein entartetes Elektronengas gilt also:

$$P \sim \begin{cases} \rho^{5/3} & \text{(nicht-relativistisch)} \\ \rho^{4/3} & \text{(relativistisch)} \end{cases}$$

⇒ unabhängig von  $T$ !

# Masse-Radius-Beziehung

- Entartungsdruck muss hydrostatische Gleichgewichts-Bedingung erfüllen

hydrostatischer Druck (im Zentrum):

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r\rho}{r^2} = -\frac{G(\frac{4}{3}\pi r^3\rho)\rho}{r^2}$$

$$\longrightarrow P(0) = \frac{2}{3}G\rho^2R^2 \sim \frac{M^2}{R^4}$$

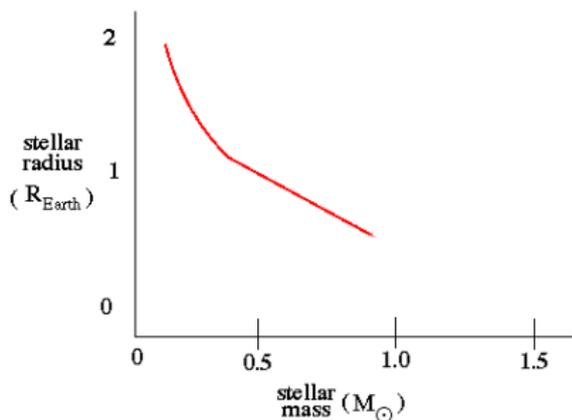
nicht-rel. Entartungsdruck:

$$\implies P \sim \rho^{5/3} \sim \frac{M^{5/3}}{R^5}$$

Gleichsetzen:

$$\longrightarrow M \cdot R^3 = \text{const.}$$

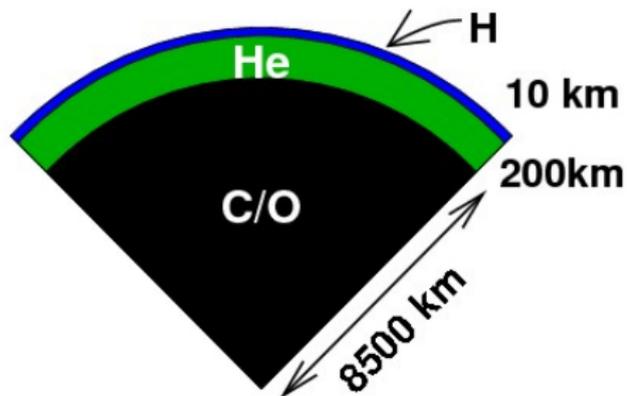
# Masse-Radius-Beziehung II



$$R \sim M^{-1/3}$$

→ je **größer** die Masse, desto **kleiner** das Volumen!

# Aufbau



Elemente durch Gravitation sortiert

→ geschichteter Aufbau mit entartetem He-, C-O- oder O-Ne-Mg-Kern (+ He-Schale),  
abh. von Vorgänger-Stern

Je nach Spektrum unterscheidet man die Spektraltypen:

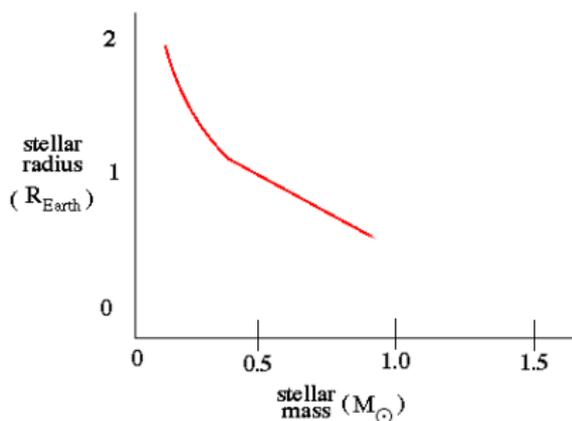
**DA:** H-Linien sichtbar ( $\frac{2}{3}$  aller Weißen Zwerge)

**DB:** nur He sichtbar ( $\sim 8\%$ )

→ DB sind vollständig frei von H, ansonsten würde es an Oberfläche „schwimmen“

**DC:** keine Linien, nur Kontinuum (14%)

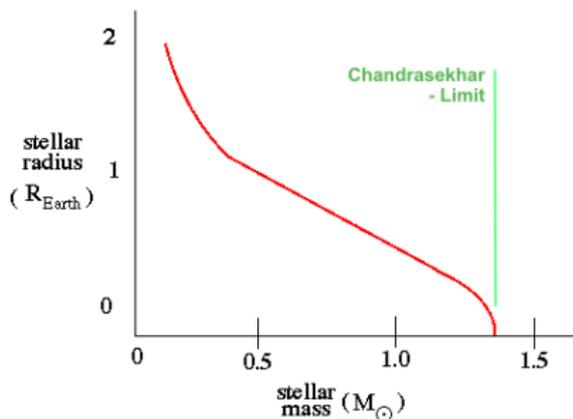
# Masse-Radius-Beziehung III



$$R \sim M^{-1/3}$$

→ je **größer** die Masse, desto **kleiner** das Volumen!

# Masse-Radius-Beziehung III



$$R \sim M^{-1/3}$$

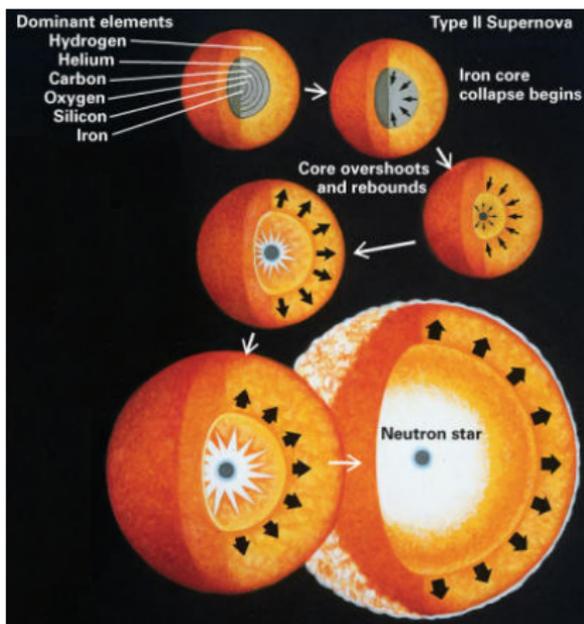
→ je **größer** die Masse, desto **kleiner** das Volumen!

**ABER:**

- bereits für Sirius B ( $M \approx 1M_{\odot}$ ) Elektronen  $\frac{1}{3}c$  schnell!
- **relativistische** Rechnung erforderlich ab  $\rho \sim 10^9 \text{ kg/m}^3$ !
- S. Chandrasekhar (1931): Für Weiße Zwerge existiert Massengrenze  $M_{\text{Ch}} \approx 1.44 M_{\odot}$  (**Chandrasekhar-Masse**)

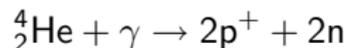
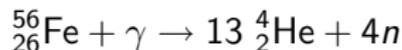
## Jenseits des Chandrasekhar-Limits

in Sternen mit  $M_{\text{ZAMS}} \gtrsim 8M_{\odot}$  sind im Kern letztlich die Bedingungen gegeben um Si zu Fe zu verbrennen



[Jane Meredith, 1989]

- T hoch genug für **Photodesintegration**:



- Elektroneneinfang:  $p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e$

⇒ Entartungsdruck der  $e^-$  fehlt plötzlich

⇒ schneller Kollaps des Kerns

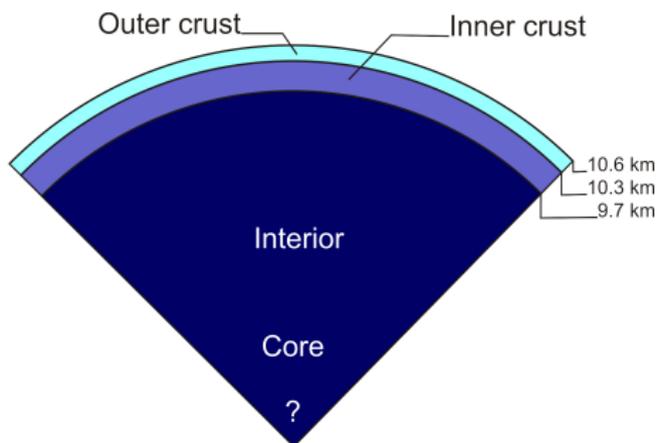
→ **Kernkollaps-Supernova**

→ übrig bleibt **Neutronenstern** mit  
 $R_{\text{NS}} \sim 10 - 15 \text{ km}$

# Aufbau des entstandenen Überrestes

- Druck hauptsächlich durch entartete **Neutronen**
- innere Struktur noch nicht völlig klar (insbesondere für  $\rho > \rho_{\text{Atomkern}}$ )

→ Modell für  $M_{\text{NS}} = 1.4M_{\odot}$ :



- **äußere Kruste:** Fe-Kerne, (relativistisch) entartete Elektronen
- **innere Kruste:** schwere Kerne, rel. ent.  $e^-$ , **superfluide n**
- **im Inneren:** rel. ent.  $e^-$ , superfluide n, **supraleitende  $p^+$**
- **Kern:** evtl. Pion-Kondensat, Quark-Gluon-Plasma

# Abschätzung der Rotationsperiode

Während des Kern-Kollaps bleibt Drehimpuls  $J = I\omega = \frac{2}{5}MR^2\omega$  erhalten:

$$\rightarrow \omega_{\text{NS}} = \left(\frac{R_{\text{Kern}}}{R_{\text{NS}}}\right)^2 \omega_{\text{Kern}} \quad \& \quad P_{\text{NS}} = \left(\frac{R_{\text{NS}}}{R_{\text{Kern}}}\right)^2 P_{\text{Kern}}$$

- aus den Masse-Radius-Beziehungen für NS und WD (komplett aus Fe):

$$\frac{R_{\text{NS}}}{R_{\text{Kern}}} \approx 512$$

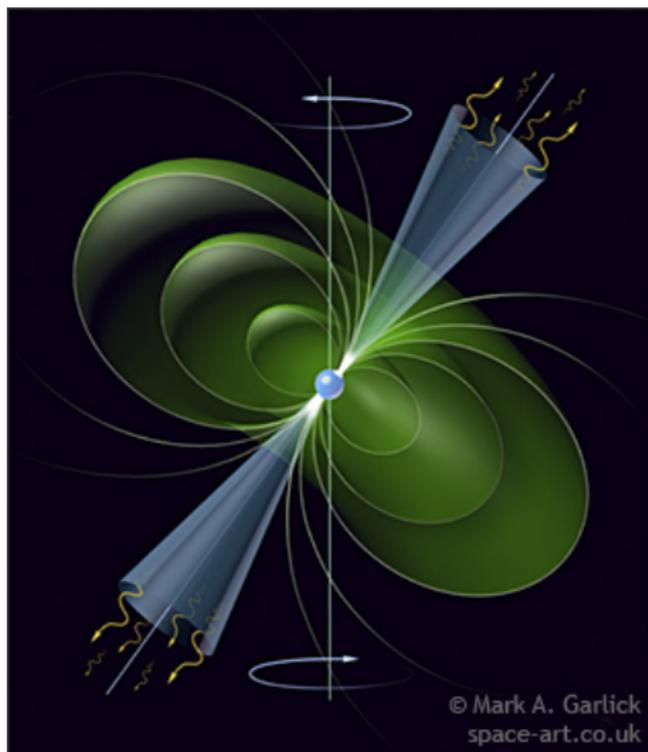
- Als Abschätzung: beobachtete Periode von Weißem Zwerg 40 Eridani B

$$P_{\text{Kern}} = 1350 \text{ s}$$

$$\Rightarrow P_{\text{NS}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$\Rightarrow$  Neutronensterne rotieren äußerst schnell!

# Magnetfeld



- Magnetischer Fluss  $\Phi$  bleibt bei Kern-Kollaps in leitendem Fluid „eingefroren“

$$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{A}$$

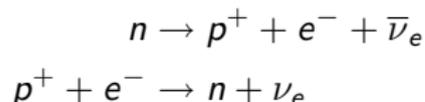
$$\rightarrow B_{\text{Kern}} \cdot R_{\text{Kern}}^2 = B_{\text{NS}} \cdot R_{\text{NS}}^2$$

$$\Rightarrow \text{typischerweise } B_{\text{NS}} \sim 10^8 \text{ T}$$

→ Leuchtturm-Modell → **Pulsare**

# Temperatur und Strahlung

- bei Entstehung während Supernova:  $T_{\text{NS}} \sim 10^{11} \text{ K}$
- während des ersten Tages sehr effektive Kühlung durch **URCA-Prozess** (Neutrino-Abstrahlung):



- URCA-Prozess endet mit einsetzender Entartung (Kerntemperatur  $10^9 \text{ K}$ )
  - danach weniger schnelle Kühlung
- beobachtet typischerweise  $\sim 10^5 \text{ K}$

Schwarzkörperstrahlung:

- $L_{\text{NS}} \sim L_{\odot}$ , aber:  $\lambda_{\text{max}} \approx 3\text{mm} \cdot \frac{\text{K}}{\text{T}} = 30 \text{ nm}$
- ⇒ Peak im UV,
- beobachtet aber nur **Röntgen-Anteil** im Spektrum (Absorption)

# Oppenheimer-Volkov-Limit

- auch für Neutronensterne gilt Masse-Radius-Beziehung wie bei Weißem Zwerg:  $M_{NS} \cdot V_{NS} = const.$
  - für zu große Massen wird Schallgeschwindigkeit größer als  $c$
- ⇒ kein stabiles Gleichgewicht mehr möglich

# Oppenheimer-Volkov-Limit

- auch für Neutronensterne gilt Masse-Radius-Beziehung wie bei Weißem Zwerg:  $M_{NS} \cdot V_{NS} = \text{const.}$
- für zu große Massen wird Schallgeschwindigkeit größer als  $c$

⇒ kein stabiles Gleichgewicht mehr möglich

Deshalb auch hier wieder Massengrenze (**Oppenheimer-Volkov-Masse**)

→ für einen **statischen** Neutronenstern  $M_{OV} \sim 2.2M_{\odot}^*$   
und einen **schnell rotierenden**  $\sim 2.9M_{\odot}^*$

→ gebräuchlich:  $M_{OV} \sim 3M_{\odot}$

→ Für höhere Massen kann dem Kollaps nichts entgegengesetzt werden, Gravitationskraft überwiegt!

⇒ Das Ergebnis ist ein **Schwarzes Loch**

\*nach Kalogera & Baym



Simulation eines Schwarzen Lochs vor der Milchstraße

# Warum sind „Schwarze Löcher“ schwarz?

Für Fluchtgeschwindigkeit muss gelten:

$$0 \stackrel{!}{\leq} E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = -G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2}mv^2$$

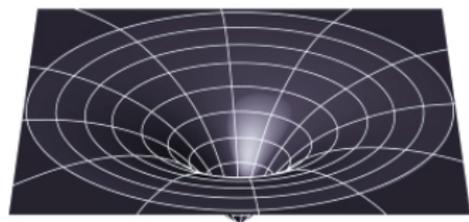
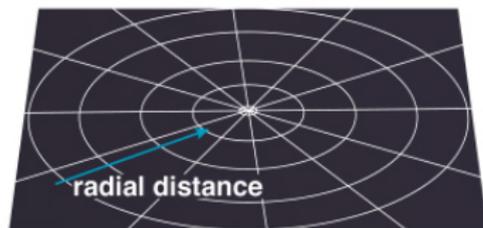
$$\implies v_{\text{escape}} \geq \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

- Ein **schwarzes Loch** ist ein Objekt mit Masse  $M$  und Radius  $R$ , für welches  $v_{\text{escape}}$  größer ist als die Lichtgeschwindigkeit  $c$ .
- das ist der Fall für:

$$R \leq R_S = \frac{2GM}{c^2} \approx 3 \text{ km} \cdot \frac{M}{M_{\odot}}$$

- Von innerhalb des **Schwarzschild-Radius**  $R_S$  dringt keinerlei Information nach außen ( $R_S =$  **Ereignis Horizont**)

# Die Krümmung des Raumes



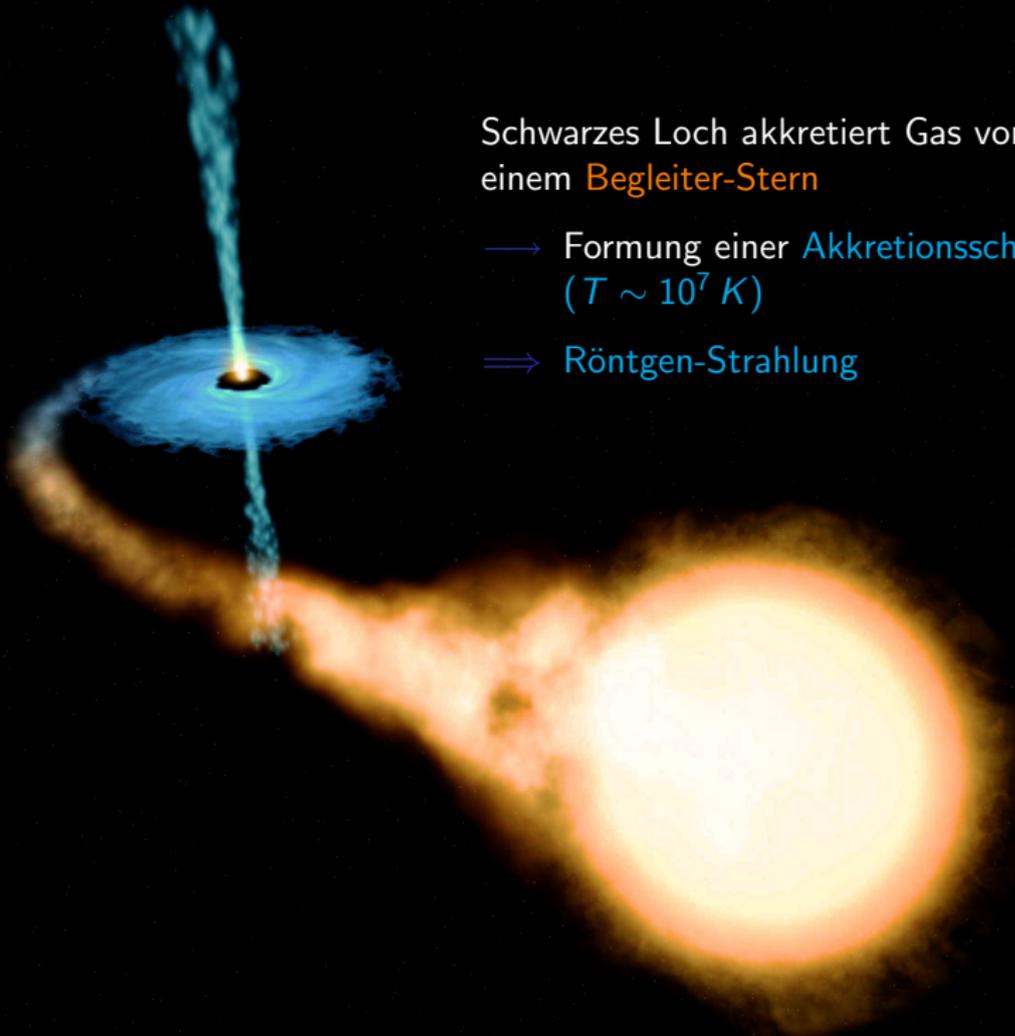
Copyright © Addison Wesley

Albert Einstein 1916: **Allgemeine Relativitätstheorie**

- in Abwesenheit von Masse ist der Raum „flach“
  - Masse krümmt den Raum (genauer: Die Metrik des Raums)
- Krümmung senkrecht zu den 4 Raum-Zeit-Dimensionen

→ **Schwarzschild Metrik** beschreibt Krümmung aufgrund Masse  $M$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 \cdot \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) - (dr)^2 \cdot \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} - (rd\theta)^2 - (r \sin \theta d\phi)^2$$



Schwarzes Loch akkretiert Gas von  
einem **Begleiter-Stern**

→ Formung einer **Akkretionsscheibe**  
( $T \sim 10^7 \text{ K}$ )

⇒ **Röntgen-Strahlung**

# Akkretion

Energiefreisetzung bei **Akkretion** von Material  $m$  aus  $\infty$  nach  $R_S$ :

$$\Delta E_{\text{acc}} = \frac{GM_{\text{BH}}m}{R_S} = \frac{1}{2}mc^2$$

$$\frac{\Delta E_{\text{acc}}}{\text{kg}} \approx 10^{17} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

# Akkretion

Energiefreisetzung bei **Akkretion** von Material  $m$  aus  $\infty$  nach  $R_S$ :

$$\Delta E_{\text{acc}} = \frac{GM_{\text{BH}}m}{R_S} = \frac{1}{2}mc^2$$

$$\frac{\Delta E_{\text{acc}}}{\text{kg}} \approx 10^{17} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

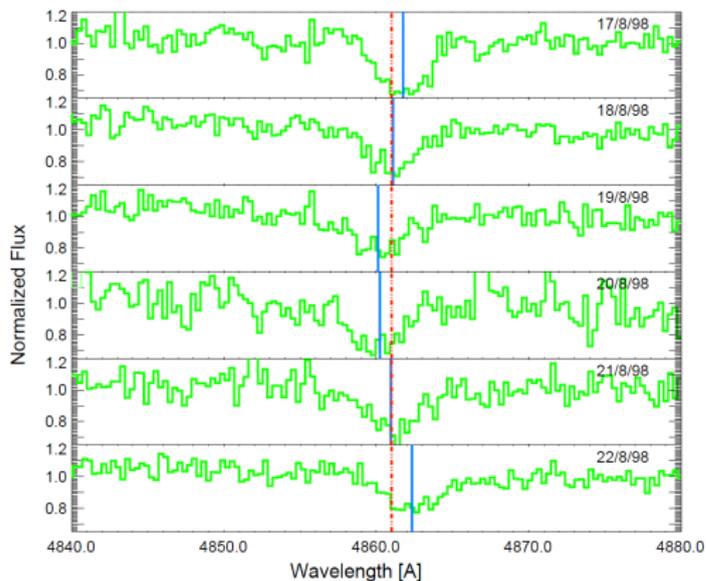
Zum Vergleich: **Fusion**



$$\frac{\Delta E_{\text{nuc}}}{\text{kg}} \approx 6 \cdot 10^{14} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

⇒ Es gibt **keine effizientere** astrophysikalische Energiequelle als **Akkretion!**

# Massenbestimmung und Nachweis



Dopplerbewegung der H $\beta$ -Linie in Cyg X-1

[K. Pottschmidt, J. Wilms, et al.]

- Röntgenquelle
- Suche nach sichtbarem Begleiter in Binär-System
- **3. Kepler'sche Gesetz**

⇒ Massenfunktion MF<sub>2</sub>

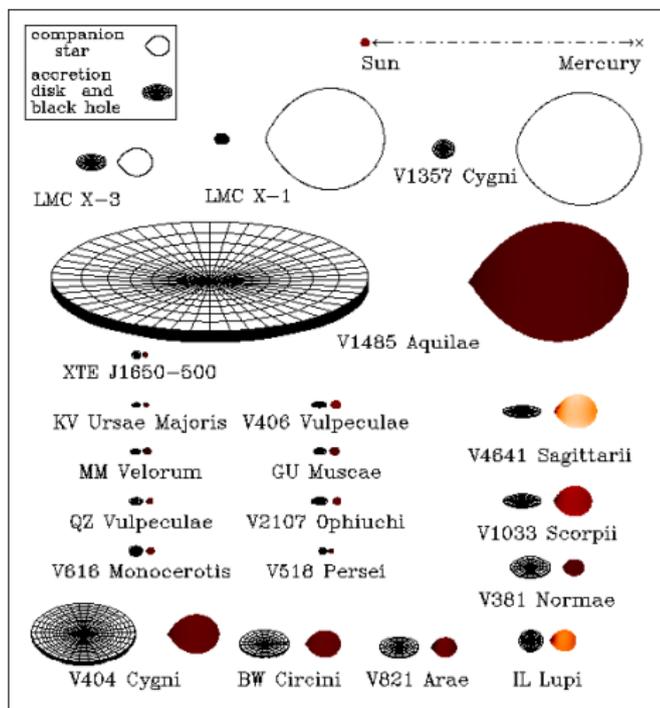
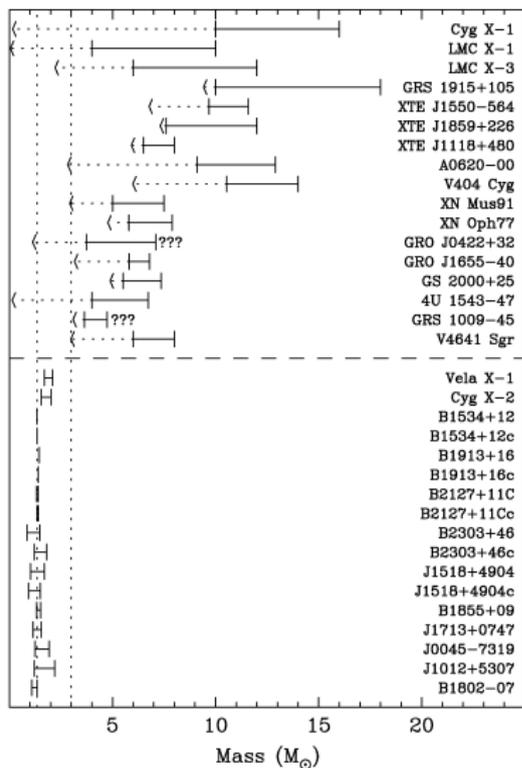
$$MF_2 = \frac{M_2^3 \cdot \sin i}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{v_1^3 P}{2\pi G}$$

$v_1$  = beobachtete Bahngeschw.,

$P$  = Umlaufperiode

- **MF ist untere Grenze für  $M_2$**
- erster BH-Kandidat: **Cygnus X-1 (1965)**

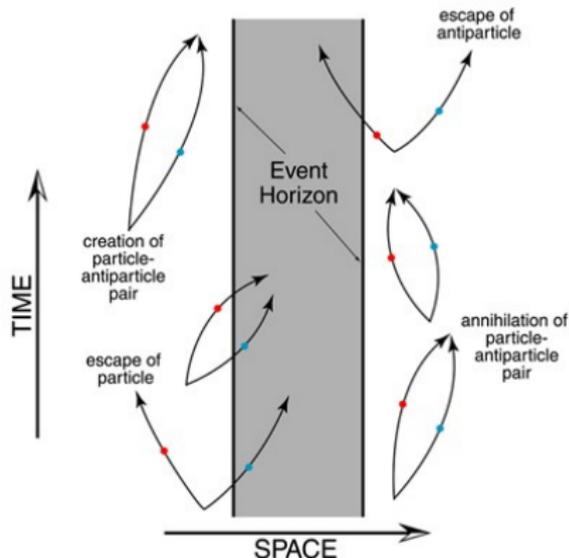
## Massen



[J. A. Orosz, 2007]

## Ausblick und post-Einstein

- nach  $\sim 10^{15}$  yr alle Sterne ausgebrannt
  - Überreste kombinieren zu schwarzen Löchern
- diese bestehen nach **klassischen** ART für immer



→ aber 1974, Stephen Hawking: Schwarze Löcher **verdampfen** langsam:

- Paarerzeugung aus Gravitationsenergie außerhalb  $R_S$
- entkommt ein Teilchen, wird Energie fortgetragen (**Hawking Strahlung**)
- Rate  $\sim 1/M^2$ , letztendlich großer Ausbruch
- Zeit bis dahin:  $\sim \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^3 \cdot 10^{67}$  yr

# Quellen

## ● Bildnachweis:

- 2 [http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/binary\\_types.html](http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/binary_types.html)
- 3 <http://www.spacetelescope.org/images/html/heic0516a.html>
- 5 <http://www.atlasoftheuniverse.com/hr.html>
- 8 Thomas Gabor
- 9 [http://www.vikdhillon.staff.shef.ac.uk/teaching/phy213/phy213\\_degeneracy.html](http://www.vikdhillon.staff.shef.ac.uk/teaching/phy213/phy213_degeneracy.html)
- 13 <http://abyss.uoregon.edu/~js/ast122/lectures/lec17.html>
- 14 Jörn Wilms: Einführung in die Astronomie
- 16 [http://www.ifa.hawaii.edu/~barnes/ast110\\_06/tooe.html#\[13\]](http://www.ifa.hawaii.edu/~barnes/ast110_06/tooe.html#[13])
- 17 Thomas Gabor
- 19 <http://innumerableworlds.wordpress.com/2009/04/02/planet-hunting-toolkit-v-pulsar-timing/>
- 22 [http://jconwell.files.wordpress.com/2009/07/black\\_hole\\_milkyway.jpg](http://jconwell.files.wordpress.com/2009/07/black_hole_milkyway.jpg)
- 24 <http://cse.ssl.berkeley.edu/bmendez/ay10/2002/notes/lec15.html>
- 25 <http://www.physics.ucsb.edu/~khenisey/graphics/>
- 27 Jörn Wilms: Astrophysik galaktischer Schwarzer Löcher
- 28 <http://mintaka.sdsu.edu/faculty/orosz/web/>
- 29 <http://www4.nau.edu/meteorite/Meteorite/Book-GlossaryH.html>

## ● Quellen:

- ▶ H. Kartunnen, et. al.: „Astronomie - Eine Einführung“, Springer-Verlag Berlin heidelberg New York (1990)
- ▶ B. W. Caroll, D. A. Ostlie: „An Introduction to Modern Astrophysics“, Pearson Education, Inc. (2007)
- ▶ J. Wilms: Vorlesungen zur Einführung in die Astronomie (2006-2009)
- ▶ [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org) (nov. 2009)