

Sternenentwicklung

Scheinseminar Astro- und Teilchenphysik SoSe 2010

Fabian Hecht

29.04.2010



Motivation

- Sternenentwicklung nur beschreibbar mit Wissen über Sternaufbau
- 4 Zentrale Grundgleichungen zusammen mit Zustandsgleichungen und Zusammensetzung des Sterns
- Experimenteller Befund: Hertzsprung–Russell–Diagramm (HRD)
- Vergleich der Theorie mit HRD zur Verifizierung der theoretischen Beschreibung der Sternenentwicklung



1. Gleichung: Massenerhaltung

$$dm(r) = 4\pi \cdot r^2 \cdot \rho(r) dr \quad (1)$$

Bemerkung

- Durch Energie und Teilchenabstrahlung geht Energie verloren, Verlust ist bei Sternen auf der Hauptreihe allerdings vernachlässigbar gering (wenige tausend Tonnen/s)
- Nur bei riesigen Sternen ($M > 30M_{\odot}$) kann durch Sonnenwind ein signifikanter Massenverlust auftreten ($0.01 M_{\odot}/\text{Jahr}$)

Hydrostatisches Gleichgewicht

- Die Gravitation zwingt Teilchen im Stern nach innen
- Falls keine anderen Kräfte vorhanden (Zentrifugalkraft), folgt Sternform der Symmetrie der Gravitationskraft → Kugel
- Innerer Druck des Sterns muss Kollaps verhindern → essentielle Formel für die Stabilität der Sterne
- Auftrieb = $-$ Gravitation

Hydrostatisches Gleichgewicht - kurze Herleitung

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \cdot G \frac{m}{r^2} \quad (2)$$

- Zustandsgleichung verknüpft P, ρ und T (ideale Gasgleichung)
- Bei Entartung ändert sich Zustandsgleichung

Hydrostatisches Gleichgewicht - Bemerkungen

- Energie benötigt um Druck aufzubauen
- Woher bekommen Teilchen Energie?
 - 1 Gravitationsenergie wird durch Kontraktion frei
 - 2 Kernreaktionen liefern Energie durch Massendefekt
(Strahlungsdruck bei Hauptreihensternen vernachlässigbar)

Bemerkung

Ideale Gasgleichung gültig bis ca. $T = 10^7$ K und $\rho = 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow$, bei höheren Dichten tritt Fermi-Dirac Entartung auf (für HR-Sterne unbedeutend).

Vollständige Entartung des Elektronengases

Nähere Betrachtung dieser Problematik:

- Tritt auf bei hohen Dichten und vergleichsweise niedrigen Temperaturen
 - Einsperrung der Teilchen in Phasenraumvolumen nahe der Grenze $\Delta V \cdot \Delta p^3 = h^3$ erlaubt max. 2 gleiche Fermionen pro Zelle
- Vollständige Entartung (Elektronen werden von unten in Energieniveaus „eingefüllt“) tritt auf
- Weitere Verdichtung des Sterns viel schwerer, da Pauli-Prinzip überwunden werden muss

Beispiel

Weißer Zwerge ($\rho \simeq 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) erreichen Entartung (Druck bei $P \simeq 3 \cdot 10^{21}$ Pa, das ist 10^5 mal höher als bei einem idealen Gas derselben Dichte).

Zustandsgleichung des entarteten Elektronengases

$$P_{e(\text{n.rel})} = \frac{1}{5m_e} \left(\frac{3h^3}{8\pi} \right)^{2/3} n_e^{5/3} \quad (3)$$

$$P_{e(\text{rel})} = \frac{c}{4} \left(\frac{3h^3}{8\pi} \right)^{1/3} n_e^{4/3} \quad (4)$$

Bemerkungen:

- Nukleonendruck vernachlässigbar

- $P_{e(\text{n.rel})} \propto \rho^{5/3}$

- $P_{e(\text{rel})} \propto \rho^{4/3}$

Wichtige Folgen der Entartung für Sterne der Endphase

Nicht-relativistische Entartung (weiße Zwerge):

- Eine Abschätzung aus dem hydrostat. GG : $P \propto \rho GM/R$
- Mit $\rho \propto M/R^3$ folgt

$$R \propto M^{-1/3} \quad (5)$$

Masse–Radius Beziehung weißer Zwerge

Wichtige Folgen der Entartung für Sterne der Endphase – Chandrasekhar Limit

Zur Betrachtung der Stabilität notwendig:

- ① Hydrostatisches Gleichgewicht
- ② Verknüpfung zwischen P und ρ
 - Verknüpfung bei entarteten Gasen direkt, **ohne** T !
 - Rel.: $P \propto \rho^{4/3}$ ($n = 3$), N-Rel.: $P \propto \rho^{5/3}$ ($n = 3/2$)
 - Allgemein: $P = K \cdot \rho^\gamma = K \cdot \rho^{1+\frac{1}{n}}$, Polytrope Relation
 - Lösung führt auf *Lane-Emden Gleichung*

Wichtige Folgen der Entartung für Sterne der Endphase – Chandrasekhar Limit

Auswertung führt auf allgemeine Masse–Radius Beziehung von polytropen Flüssigkeiten:

$$R \propto M^{\frac{1-n}{3-n}} \quad (6)$$

- Bei $n = 3$ wird $R = 0!$
- $M \propto R^{\frac{3-n}{1-n}} = R^0$, M unabh. von $R!$
- ⇒ Nur eine Masse möglich bei relativistisch degeneriertem Elektronengas!

Wichtige Folgen der Entartung für Sterne der Endphase – Chandrasekhar Limit

$$M_{Ch} = \frac{5.836}{\mu_e^2} M_{\odot} \quad (7)$$

Chandrasekhar Masse

Bedeutung

Erreicht ein weißer Zwerg diese Grenzmasse ($M_{Ch} \simeq 1.44 M_{\odot}$), wird sein vollständig degeneriertes Elektronengas relativistisch und der Radius strebt gegen 0 \Rightarrow Kontraktion bis andere Effekte wieder Stabilität garantieren.

3. Gleichung: Das thermische Gleichgewicht

$$q = \frac{dF}{dm} \quad \text{oder} \quad \frac{dF}{dr} = 4\pi r^2 \rho q \quad (8)$$

F : Wärme, die durch Kugeloberfläche mit innerer Masse m pro Zeit fließt;
 q : Rate der nuklearen Energie die pro Masseneinheit und Zeit erzeugt wird.

Motivation

- Es gilt $dU = dQ - pdV$
- Im thermodyn. GG müssen innere Energie und Volumen gleichbleiben
→ $dQ = 0 \Rightarrow$ Energie die durch nukleare Prozesse erzeugt wird, muss nach außen abgestrahlt werden
- Erzeugte Energie = abgestrahlte Energie , $F(M) = L$

4. Gleichung: Energietransport durch Strahlung

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4acT^3} \frac{F(r)}{4\pi r^2} \quad (9)$$

κ : Opazität, a : Strahlungskonstante

Bemerkungen

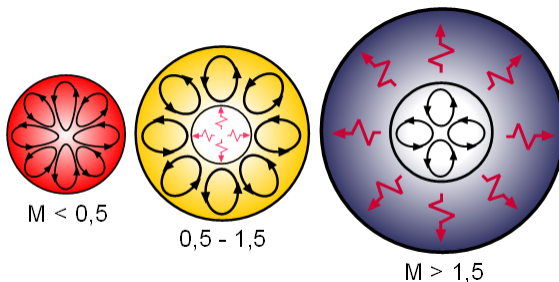
- Exponentiell abfallender Fluss
 - Abfall auf $1/e$ ($1/\kappa\rho$) wird als mittlere freie Photonenweglänge bezeichnet
 - Größenordnung: wenige $cm!$ → Energietransportgleichung als Diffusionsgleichung formulierbar
- Temperatur fällt hier um 0.001 K → Transport durch Strahlung dauert sehr lange, Strahlung wird fast vollständig von nächster Schicht absorbiert → Sehr guter Schwarzer Strahler!

Energietransport durch Konvektion

Also: Der Energietransport durch Strahlung dauert lange \Rightarrow hohe Temperaturgradienten stellen sich ein

- Konvektion setzt bei genügend hohem T -gradienten ein
- \rightarrow Wird viel Energie produziert (CNO-Zyklus; $M > 1.5M_{\odot}$), tritt Konvektion im Kern auf
- \rightarrow Wird weniger Energie produziert (p-p Kette; $M < 1.5M_{\odot}$), tritt keine Konvektion im Kern auf
- Konvektion an Rändern möglich, bei kleinen Sternen bis in den Kern

Energietransport durch Konvektion



Auftreten von Konvektion bei Sternen verschiedener Masse, *Quelle:*
www.wikipedia.de

Energieerzeugung bei Hauptreihensternen

Woher Energie?

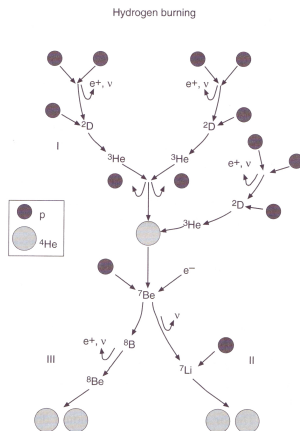
- Gravitation (Lebensdauer der Sterne: 30 Millionen Jahre)
- **Kernfusion**
 - Ab $M = 0.07M_{\odot}$ ist Fusion von H zu He möglich (darunter kann nur D zu ${}^3\text{He}$ fusioniert werden)
 - Erster einsetzender Fusionsvorgang: **p-p Kette** (Fusion von H zu ${}^4\text{He}$)

p-p Kette

Wie läuft Fusionsvorgang ab?

- gleichzeitiger Zusammenstoß von 4 Protonen sehr unwahrscheinlich
- Kette von Einzelreaktionen führt ans Ziel
- Unterschiedliche Abzweigungen zum Endprodukt ${}^4\text{He}$ möglich (p-p I Kette, p-p II Kette, p-p III Kette)

p-p Kette: Diagramm



Darstellung der Fusion von Wasserstoff zu Helium, *Quelle: Prialnik, Stellar Structure and Evolution*

p-p Kette: Bemerkungen

Bemerkungen:

- p-p I Kette dominiert bis ca. $1.3 \cdot 10^7 \text{K}$
- p-p II Kette dominiert im Bereich $1.3 \cdot 10^7 \text{K} < T < 3 \cdot 10^7 \text{K}$
- p-p III Kette ist ab $3 \cdot 10^7 \text{K}$ der entscheidende Vorgang der p-p Ketten

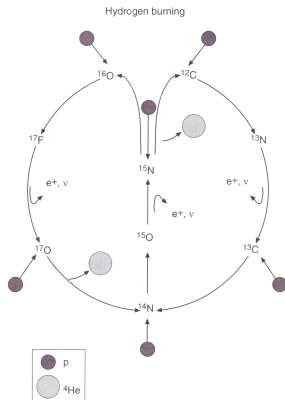
ABER: CNO-Zyklus setzt ein und macht p-p III Kette für Energieerzeugung unbedeutend

Energieerzeugungsrate und Effizienz

- Energieerzeugungsrate der p-p Kette: $q_{p-p} \propto \rho T^4$
- Erzeugte Energie/Nukleon: 6.55 MeV



CNO-Zyklus: Diagramm



CNO-Zyklus, *Quelle: Prialnik, Stellar Structure and Evolution*

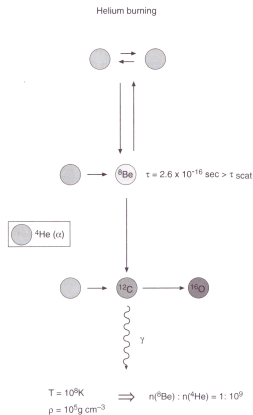
Energieerzeugungsrate und Effizienz

- Energieerzeugungsrate des CNO-Zyklus: $q_{\text{CNO}} \propto \rho T^{16}$
- Ab $2 \cdot 10^7 \text{K}$ dominiert der CNO-Zyklus die Energieproduktion
- Erzeugte Energie/Nukleon: 6.25 MeV

Von Wasserstoff zu Eisen

Was passiert, wenn der Wasserstoff verbrannt ist?

- Weitere nukleare Entwicklung hängt von Masse des Sterns ab
→ später!
- Bei genügend hoher Masse → Heliumbrennen
(triple- α -Reaktion)
- **Problem:** $4\text{He} + 4\text{He} \rightarrow 8\text{Be}$ hat $\tau_{\text{Be}} = 2.6 \cdot 10^{-16}\text{s}$
- **Lösung:** Hohe Dichte und Teilchenzahl macht Reaktion zu ^{12}C möglich! (Benötigte Temperatur $\sim 10^8\text{K}$)

triple- α -Reaktion: Diagramm

triple- α -Reaktion, *Quelle: Prialnik, Stellar Structure and Evolution*

Weitere nukleare Entwicklung

Einsetzende Prozesse:

- 1 Kohlenstoffbrennen setzt bei $T \approx 5 \cdot 10^8 \text{K}$ ein (2 Kohlestoffkerne fusionieren zu Mg, Na, Ne oder O)
- 2 Ab $\sim 10^9 \text{K}$ kann das Sauerstoffbrennen einsetzen (P, S, Mg und Si werde erzeugt)
- 3 Stop bei Si-Brennen: Eine weitere Nukleosynthese ist aufgrund der hohen Coulombbarriere unmöglich \rightarrow Photodisintegration ermöglicht Austausch von Nukleonen und somit Elemente bis Fe
- 4 Fusion zu höheren Elementen als Fe wäre endotherm, die Stabilität des Sterns wäre nicht mehr gewährleistet \rightarrow Fusionskette endet bei Eisen!

Fusionsprozesse im Überblick

Brennstoff	Prozess	T-schwelle (10^6K)	Produkte	E/Nukl. (MeV)
H	p-p	4	He	6.55
H	CNO	15	He	6.25
He	3α	100	C, O	0.61
C	C+C	600	O, Ne, Na, Mg	0.54
O	O+O	1000	Mg, S, P, Si	0.3
Si	Nukl. GG	3000	Co, Fe, Ni	< 0.18

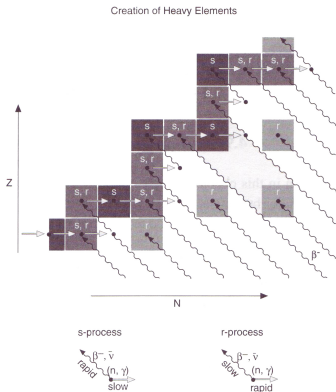
Vergleich der Fusionsprozesse, *Quelle: Prialnik, Stellar Structure and Evolution*

Was passiert nach der Kernfusion?

Wie entstehen höherwertige Elemente als Eisen, z.B. Uran?

- In Sternen der Endphase (Riesen) entstehen hohe Neutronendichten
- Neutronen sind ladungsneutral \rightarrow keine Coulombbarriere
- \rightarrow Neutronen lagern sich an Kerne an
- In so entstanden Isotopen können durch β^- -Zerfall Protonen erzeugt werden
- \rightarrow höherwertige Elemente entstehen

r- und s-Prozess

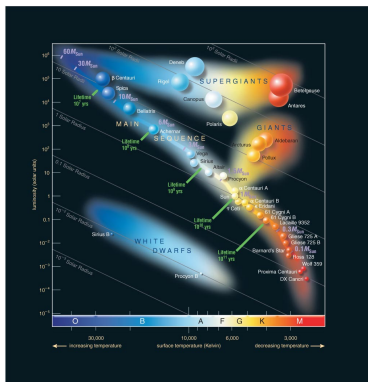


Entstehung höherwertiger Elemente,
 Quelle: Prialnik, *Stellar Structure
 and Evolution*

Unterscheidung s-(slow), r-(rapid) Prozess

- s-Prozess bei niedrigeren Neutronendichten $\rightarrow \beta^-$ -Zerfall oft viel schneller als erneute Neutronenanlagerung ($\tau = 1000\text{a}$) \rightarrow Elemente bis Massenzahl 210 werden erzeugt
- r-Prozess ist schneller, tritt bei extrem hohen Neutronendichten auf (Supernovae, Zusammenstoß von Neutronensternen?) \rightarrow Elemente wie Uran und Thorium können generiert werden

Motivation



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley

HRD-Diagramm, *Quelle: university of georgia, www.physast.uga.edu*

Warum HRD?

- leicht zugängliche Messgrößen Leuchtkraft und Effektivtemperatur werden verknüpft
- Muster zu erkennen → Charakterisierung der Sterne möglich
- Alter und Masse bestimmen Position im HRD
- Masse–Leuchtkraft Beziehung : $L \propto M^\nu$, $3 < \nu < 5$ (Gilt für HR-Sterne)
- Geburtsstunde des Sterns: Erreichen der Hauptreihe

Wie lange bleiben Sterne auf der Hauptreihe?

- Sterne verbringen 90% ihres Lebens auf der Hauptreihe
- Lebensdauer durch Geburtsmasse bestimmt, denn

$$L \propto M^\nu$$

$$\text{vorh. Brennstoff} \propto M$$

$$\tau_{MS} \propto \frac{M}{L} = M^{1-\nu}$$

$\nu > 1 \rightarrow$ aus größere Masse folgt kleinere Lebensdauer auf der Hauptreihe

Masse (M_\odot)	Zeit (a)
0.1	$6 \cdot 10^{12}$
0.5	$7 \cdot 10^{10}$
1.0	$1 \cdot 10^{10}$
1.25	$4 \cdot 10^9$
1.5	$2 \cdot 10^9$
3.0	$2 \cdot 10^8$
9.0	$2 \cdot 10^7$
25	$6 \cdot 10^6$

Lebensdauer auf der Hauptreihe in Abh. der Masse, *Quelle: Prialnik, stellar structure and evolution*

Was passiert nach dem Wasserstoffbrennen ?

- Wasserstoffvorrat wird weniger \rightarrow Stern kühlt ab, wird größer und heller
 - Heliumkern wächst an, während Wasserstoffbrennen in Schale fortgesetzt wird
 - Bei Erreichen der Schönberg–Chandrasekhar Grenze kontrahiert der Heliumkern
- \rightarrow T im Inneren erhöht sich und die Energieprod. durch den CNO–Zyklus steigt stark an \rightarrow Leuchtkraft steigt sprunghaft an
- \rightarrow Gleichzeitig expandiert die Hülle und kühlt sich ab
- \rightarrow **RGB** (Red Giant Branch)

Heliumflash

$M < 2M_{\odot}$ Der Kern kontrahiert weiter, durch starke Neutrinoemission wird allerdings nicht die nötige Temperatur erreicht, um das Heliumbrennen zu zünden

$M > 2M_{\odot}$ Heliumbrennen zündet (kein He-flash)

- Heliumgas degeneriert, ermöglicht so das Erreichen noch höherer Temperaturen
- Schließlich zündet das Heliumbrennen im degenerierten Gas
- **He-flash** (thermonuclear runaway bei ca. $0.5M_{\odot}$, freiwerdende Energie/s: $\sim 10^{11}L_{\odot}$!!)
- Degeneration wird bei genügend hohem T aufgehoben → Kern expandiert, Hülle kontrahiert
- Bei Sternen unter $0.5M_{\odot}$ setzt kein He-Brennen ein
→ weißer Zwerg

Horizontalast und AGB

- Durch ineffektives He-Brennen kühlt Stern ab
- Kontraktion der Hülle , Leuchtkraft nimmt stark ab
- Bis zum Erliegen des He-Brennens verbleibt der Stern auf dem HB (Horizontal Branch)
- Helium beginnt in einer Schale um den C-Kern zu brennen
- Der Kern kontrahiert wieder und die Hülle expandiert
- **AGB** (Asymptotic Giant Branch)

Planetarische Nebel

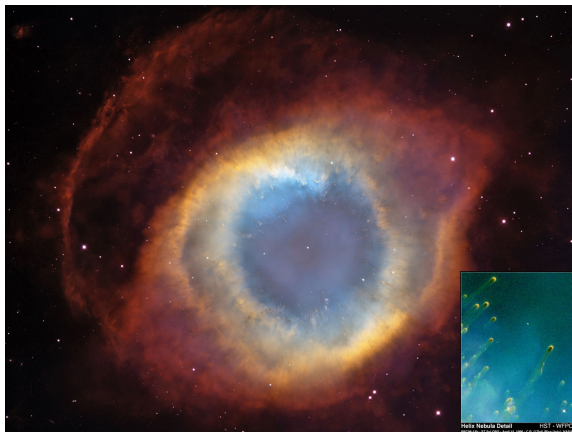
- 3 Schichten : C–Kern, He–Brennen, H–Brennen
 - H–Brennen zu He und He–Brennen zu C kommen nicht ins GG
- Instabilitäten (durch Degeneration) führen zu periodischer Leuchtkraftänderung ($\tau = 100\text{a}–1000\text{a}$) und starkem Massenverlust
- 2 Möglichkeiten:
 - 1 „Normaler“ Sternenwind; dieser würde dazu führen, dass es viel mehr AGB Sterne geben müsste als es eigentlich gibt
 - 2 Superwind, der zu planetarischen Nebeln führt (kommt aber größtenteils durch andere Effekte zustande)

Planetarische Nebel

- Im Kern können derweil massereichere Elemente entstehen (auch s-Prozess möglich)
- Durch Superwind (thermische Pulse) können bis zu 50% der Hülle abgestoßen werden → Planetarischer Nebel
- Ab 30000K Effektivtemperatur kann der eingeschlossene Stern den Nebel ionisieren → Strukturen beobachtbar
- Behalten die Sterne nach Ende der Kernfusion weniger als $1.44M_{\odot}$ → weißer Zwerg



Planetarische Nebel



Helix Nebel, *Quelle: Prialnik, stellar structure and evolution*

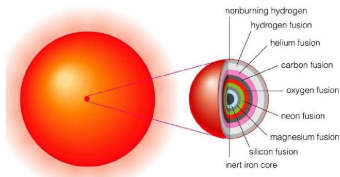
Animation



Was unterscheidet die massereichen Sterne?

- Durch die große Masse treten keine Entartungen der Gase auf
→ kein He–flash, kein Superwind
- Durch hohen Strahlungsdruck verlieren Sterne über $30M_{\odot}$ dennoch so viel Masse, dass sie auf $30M_{\odot}$ zurückfallen
- Es folgen weitere Brennvorgänge:
 - 1 Nach He–Brennen setzt Kohlenstoffbrennen ein ($\tau \sim 100a$, da sehr ineffektiv, aber viel Energie zur Stabilisierung notwendig)
 - 2 Neonbrennen ($\tau \sim 1a$)
 - 3 Sauerstoffbrennen ($\tau \sim \text{Monate}$)
 - 4 Siliziumbrennen ($\tau \sim \text{Tage}$)
- Durch Photodisintegration werden Elemente bis Fe erzeugt
- s– und r–Prozess setzen ein (r–Prozess wahrscheinlich beim Kollaps)

Ende der Kernfusion



Zwiebelschalenmodell

- Zwiebelschalenmodell als Ende der Kernfusion
 - Kontraktion der Eisenkerns beginnt (→ Degeneration)
 - Wird die Chandrasekhar-Masse für Eisen überwunden, ist die Stabilität nicht mehr gewährleistet
- Kollaps! (siehe Vortrag „Supernovae“)

Animation



Quellen:

- D. Prialnik, An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution, Cambridge University Press 2000
- A. Unsöld/B. Baschek, Der neue Kosmos, Springer Verlag 1999
- R. Kippenhahn/ A. Weigert, Stellar Structure and Evolution, Springer Verlag 1994
- HRD Animation: <http://www.astro.uni-bonn.de/javahrd/>