

Gravitationswellen (GW) und ihre Detektion

Seminar zur Astroteilchenphysik SS 11, Univ. Erlangen

Christoph Tönnis

3. Juni 2011

Linearisierte Theorie der ART

Wechselwirkung von GW mit Materie

Quellen für messbare GW

Untergrund

Zylinderantennen

Interferometer

Einsteinsche Feldgleichungen

- ▶ Einsteinsche Feldgleichungen:
$$G_{\mu\nu} = f(g, \frac{\partial g}{\partial x, t}) = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$
- ▶ $R_{\mu\nu}$ ist der Ricci-Tensor (Maß der Raumkrümmung)
R ist der Ricci-Skalar (Selbstkontraktion des Ricci-Tensors)
 $T_{\mu\nu}$ ist der Energie-Impuls-Tensor und g ist die Metrik
- ▶ Einsteinsche Feldgleichungen entsprechen den Maxwellgleichungen der E-Dynamik, wobei die Metrik als Gravitationspotential gesehen wird
- ▶ Sie stellen die elementare Beziehung zwischen Geometrie und Materie her
- ▶ Ebene Wellen sind keine Lösungen dieser Gleichungen

Linearisierte Feldgleichungen

Entwicklung von $g_{\mu\nu}$ um die flache euklidische Metrik $\eta_{\mu\nu}$

- ▶ setze $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ mit einer kleinen Abweichung h
- ▶ Setze dies in die einsteinschen Feldgleichungen ein und entwickle bis zur ersten Ordnung in h
- ▶ das Ergebnis ist:
$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = \square h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h^\lambda{}_\lambda = T_{\mu\nu} = 0 \text{ im Vakuum}$$
- ▶ Diese Gleichung ist linear in \bar{h} und hat ebene Wellen als Lösung

Transversal Traceless Eichung

- ▶ Die Einsteinschen Feldgleichungen haben noch mehrere Eichfreiheitsgrade, die der Freiheit der Wahl des Bezugssystems entsprechen
- ▶ Damit die Form der GW einfach wird, kann die sog. transversal-traceless-gauge (TT gauge) gewählt werden
- ▶ $h_{\mu\nu}$ ist dann spurfrei, wie der Name sagt
- ▶ Außerdem: $h^{0\mu} = 0$ und $\partial^j h_{ij} = 0$

- ▶ Die GW haben so die Form

$$h_{ab}^{TT}(t, z) = \begin{pmatrix} h_+ & h_x & 0 & 0 \\ h_x & -h_+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right)$$

- ▶ h_+ und h_x sind die Amplituden der Polarisationen der GW

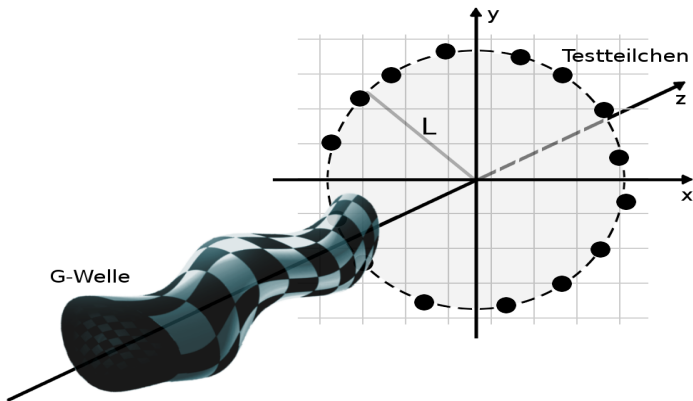
TT Bezugssystem und Beobachtersystem

- ▶ Die TT Eichung setzt ein spezielles Bezugssystem voraus, nämlich ein frei fallendes Bezugssystem
- ▶ In diesem werden Objekte nicht beschleunigt
- ▶ Der Beobachter benutzt normalerweise ein anderes Bezugssystem um sein Experiment zu beschreiben
- ▶ Bei Wechsel in ein "brauchbares" System erhält man Inertialkräfte, die durch GW verursacht werden

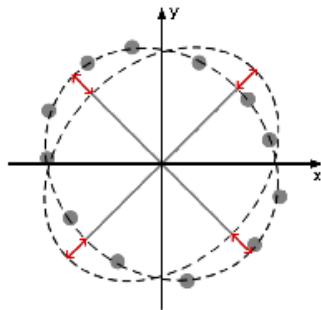
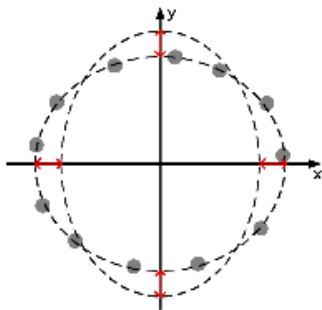
Wirkung von GW

- ▶ Die Inertialkräfte, die bei einem Wechsel in ein Beobachtersystem auftreten, sind der Einfluss der GW auf Materie
- ▶ Mit diesen Inertialkräften kann eine DGL für die Koordinaten einer Testmasse aufgestellt werden
$$\ddot{\xi}^i = \frac{1}{2} \ddot{h}_{ij}^{TT} \xi^j \quad \text{Kraft: } F_i = \frac{m}{2} \ddot{h}_{ij}^{TT} \xi^j$$
- ▶ Löst man diese DGL erhält man eine periodische Bewegung von Massen als Reaktion auf die GW: $\xi(t) = \frac{h_0 \xi_0}{2} \cos(\omega_{GW} t)$

"Darstellung" einer GW



Verformung eines Rings aus Testmassen



Charakteristik von GW

- ▶ Gravitationswellen sind in niedrigster Ordnung Quadrupolstrahlung, da es keine Massendipole gibt
- ▶ Sie sind Transversalwellen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten
- ▶ Die Amplitude von GW ist proportional zur Masse ihrer Quellen
$$P_{GW} = \frac{G}{5c^5} \langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}_{ij} \rangle$$
 (Q = Massenquadrupole)
- ▶ Rotierende Massen oder i.a. ungleichmäßig beschleunigte Massen emittieren GW
- ▶ die Frequenz der Bewegung gibt die Frequenz der GW an

Energie und Impuls von GW

- ▶ GW verfügen über einen Impuls und eine Energie, obwohl sie keine Ruhemasse haben, ähnlich wie Photonen
- ▶ Bei der Abstrahlung von GW verlieren die Quellen der GW also kinetische Energie
- ▶ Dies konnte schon in binären Sternsystemen beobachtet werden (indirekter Nachweis von GW)

Binäre Systeme

Klassische Mechanik binärer Systeme:

$$\text{Rotationsfrequenz: } \omega^2 = G \frac{M_1 + M_2}{r^3}$$

$$\text{Leistung: } P = \frac{M_1^2 M_2^2 (M_1 + M_2)}{r^5}$$

=> Abnahme der Energie führt zur Verringerung der Rotationsfrequenz

=> Experimenteller Test möglich

Indirekter Nachweis von Hulse und Taylor

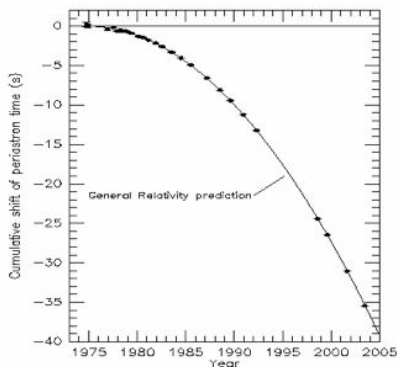
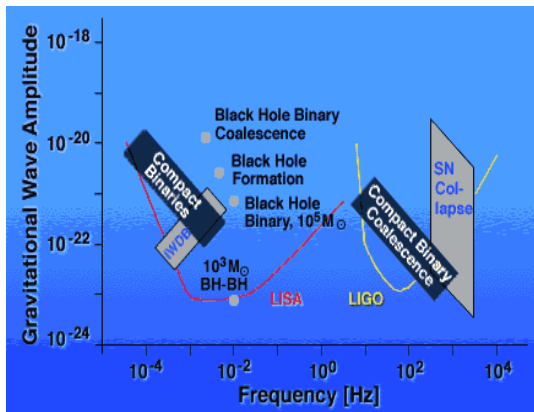


Abbildung: Abnahme der Periode des Pulsars PSR 1913 + 16 durch GW; Theorie und Messung 1974

Quellen von GW

- ▶ Kandidaten für Quellen von messbaren GW:
 - ▶ kompakte Doppelsysteme
 - ▶ Bildungen von Neutronensternen oder Schwarzen Löchern
 - ▶ Verschmelzungen von Schwarzen Löchern
 - ▶ asymmetrische Supernovae
- ▶ Aus der Theorie ist ein Spektrum der zu erwartenden GW bestimmbar
- ▶ Binärsysteme weisen eine Rotationsfrequenz auf, die ihre GW charakterisiert
- ▶ Frequenzen der kollabierenden Systeme sind komplizierter zu bestimmen

Theoretisches Spektrum



Bilder von binären Systemen

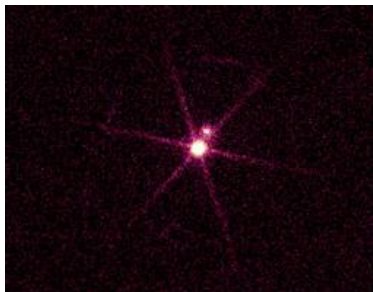


Abbildung: IR-Bild des HST vom Sirius-Doppelsternsystem

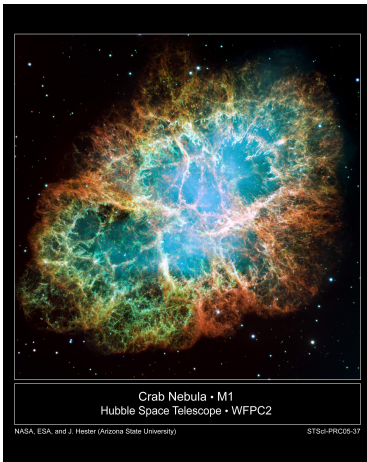


Abbildung: Künstlerische Darstellung Quelle: www.Focus.de

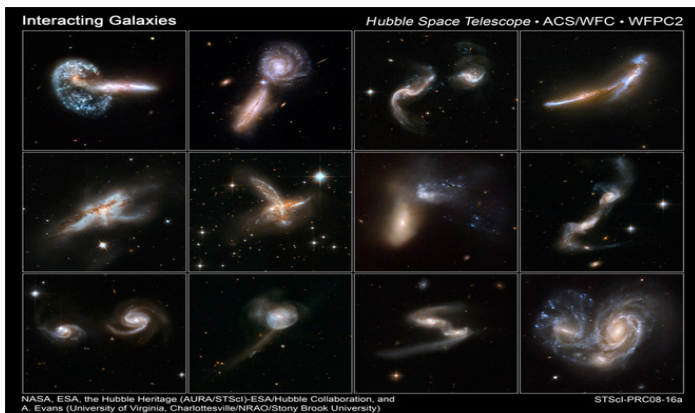
Bilder von Supernovae-Resten



Abbildung: Katzenaugen-Nebel
Quelle: HST



Bilder von Kollidierenden Galaxien



Weitere hypothetische Quellen

- ▶ Dunkle Materie könnte GW erzeugen
- ▶ Inflation kurz nach dem Urknall ist auch eine eventuelle Quelle von GW
- ▶ zu diesen Quellen gibt es allerdings nur wenige detaillierte Informationen
- ▶ Das Spektrum dieser GW ist unbekannt

Experimenteller Nachweis

Untergrund

- ▶ Neben den GW messen GW-Sensoren auch einen Untergrund (Noise)
- ▶ Er entsteht durch mechanische Schwingungen der Umgebung
- ▶ Der Untergrund ist i.A. wesentlich stärker als die GW

Untergrund Spektrum

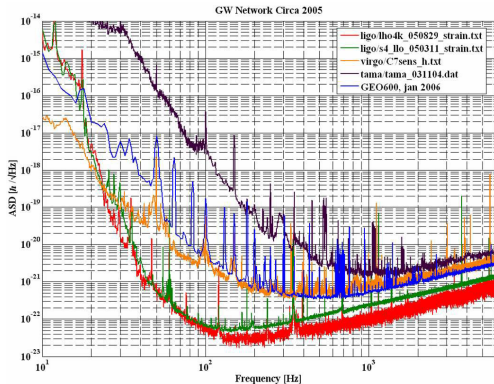


Abbildung: Leistungsspektrum des Untergrunds der LIGO
Interferometer Quelle: www.ligo.caltech.edu

Trennung der GW von Untergrund

- ▶ Um GW trotz Untergrund zu messen, muss matched filtering verwendet werden
- ▶ Hierbei wird aus dem erwarteten Signal $\tilde{h}(f)$ und der erwarteten Rauschsignatur $S_n(f)$ eine Filterfunktion erstellt

$$\tilde{K} = \frac{\tilde{h}(f)}{S_n(f)}$$

- ▶ Dies wird dann fouriertransformiert und mit der gemessenen Signatur $s(t)$ multipliziert sowie über die Zeit integriert

$$\hat{s} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)K(t)dt$$

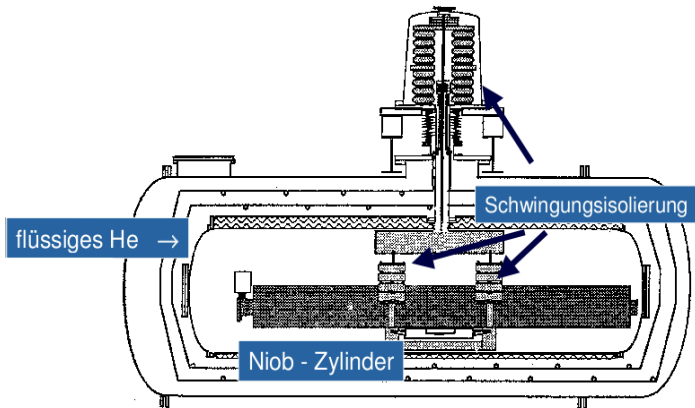
Trennung der GW von Untergrund

- ▶ Im Integral hebt sich das Rauschen weg, da dieses im zeitlichen Mittel verschwindet
- ▶ Falls ein GW-Signal in den Messdaten vorhanden ist wird das Integral ein Ergebnis proportional zur Signaldauer und der Amplitude der GW ergeben
- ▶ Selbst wenn der Untergrund größer als das Signal ist, kann das Signal so trotzdem gemessen werden

Signifikanz der Messung

- ▶ Die genaue Signalform der GW ist unbekannt
- ▶ Um ein Messereignis mit matched filtering zu erhalten, muss Signalform a priori angenommen werden
- ▶ Wahrscheinlichkeit eines Nachweises hängt auch von der a priori Wahrscheinlichkeit der Signalform ab

Prinzip von GW Antenne



Messziel ist die Detektion angeregter Quadrupolschwingungen



Beispiele von Antennen



Abbildung: ALLEGRO USA,
NAUTILUS Italien

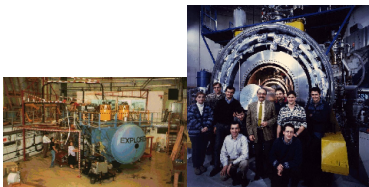


Abbildung: EXPLORER
Schweiz, AURIGA Italien

Wirkung von GW auf Licht in TT Eichung

- ▶ GW sind Störungen der Metrik, welche auch Einfluss auf Licht haben
- ▶ Die Zeit $t_1 - t_2$ die das Licht zum Durchqueren einer Strecke L senkrecht zu einer GW braucht wird verändert:
$$\frac{L}{c} = t_2 - t_1 - \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} h_{+,x}^{TT}(t') dt'$$
- ▶ Dies führt zu einer Phasenverschiebung zwischen 2 unterschiedlich ausgerichteten Lichtsignalen, welche beobachtbar ist

Funktionsweise der Interferometer

- ▶ Der prinzipielle Aufbau dieser Detektoren ist ein einfaches Michelson-Interferometer
- ▶ Wie oben beschreiben verlängern GW den optischen Weg der Lichtstrahlen in den Armen des Interferometers
- ▶ Die so entstehende Phasenverschiebung ändert die Intensität, die das Interferometer misst gemäß
$$I(t) = I_0 \sin^2(\phi_0 + \phi_{GW}(t)) \text{ mit } \phi_{GW}(t) \propto h^{TT}(t)L$$
- ▶ Die Größe der Phasenverschiebung hängt von der Länge der Arme und der Wellenlänge des verwendeten Lichts ab => riesige Interferometer

Eigenschaften der Interferometer

- ▶ Interferometer decken einen sehr hohen GW Winkelbereich mit hoher Sensitivität ab
- ▶ Die Bestimmung der Richtung der GW erfordert mindestens 2 Interferometer
- ▶ Optischer Wegunterschied bei 4km Armlänge: $2 * 10^{-18} m$ also 10^3 mal kleiner als ein Atomkern!
- ▶ Die Spiegel der Interferometer müssen möglichst beweglich und schwingungsgedämpft gelagert werden

Fabry-Perot Resonatoren

- ▶ Erdgebundene Interferometer können in der Regel nicht größer als wenige Kilometer gebaut werden
- ▶ Um eine effektive Armlänge von ca. mehreren hundert Kilometern zu erreichen werden Fabry-Perot Resonatoren verwendet, die auch in Lasern Verwendung finden und aus zwei dünnen parallel angeordneten Spiegeln bestehen
- ▶ Photonen die in die Resonatoren geraten werden vielfach im Resonator hin und her reflektiert, was die Armlänge um einen Faktor $\frac{\mathcal{F}}{\pi}$ verlängert (\mathcal{F} wird Finesse genannt)

Dual Recycling

- ▶ Trotz des verstärkenden Effekts der Fabry-Perot Resonatoren sind konventionelle Laser zu schwach für Interferometer mit hunderten Metern Armlänge
- ▶ Um die Intensität der Laserstrahlen weiter zu verstärken wird gegenüber einer der Arme ein Spiegel angebracht (Recycling Mirror)
- ▶ Dies führt dazu dass die Laserstrahlen im Interferometer eingefangen werden und sich wie bei den Fabry-Perot Resonatoren gegenseitig verstärken
- ▶ Insgesamt wird so eine ca. 100-fach höhere Strahlungsintensität erreicht, weshalb auch schon 10W Laser verwendet werden können

Dual Recycling und Fabry-Perot Resonatoren am Beispiel von LIGO

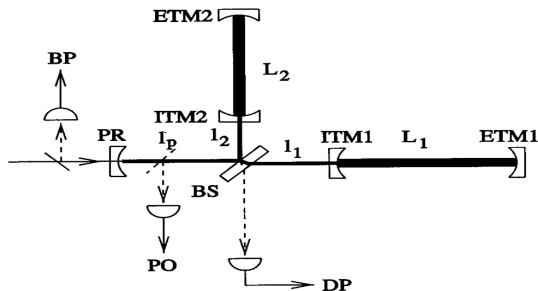


Abbildung: Skizze des LIGO Interferometers, ITM sowie ETM sind die Spiegel der Resonatoren, PR ist der Dual Recycling Spiegel, DP BP und PO sind Photomultiplier

Erdgebundene Interferometer



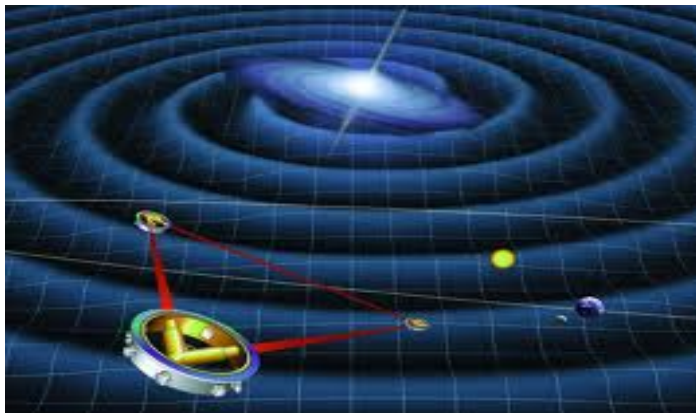
Abbildung: LIGO: 2
Interferometer in Nanford
Washington und Livingston
Louisiana 2 bzw. 4 km
Armlänge, Duales Recycling



Abbildung: geo-600 Hannover,
600m Armlänge 10kW
Lichtleistung durch duales
Recycling (100-fache
Verstärkung)

LISA

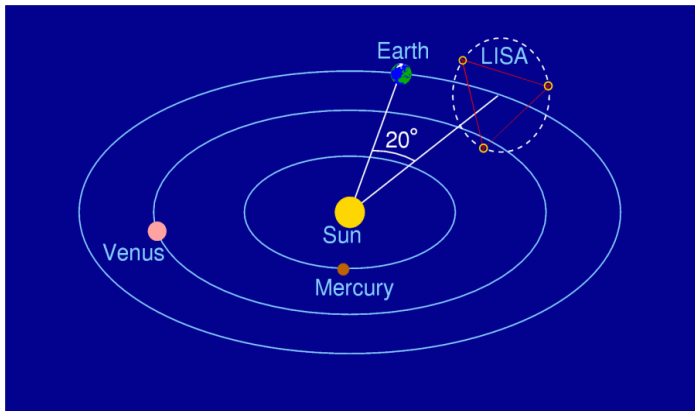
Light Interferometer Space Antenna by ESA



LISA

- ▶ LISA soll aus 3 identischen Satelliten bestehen, die hochenergetische Laser auf einander abfeuern
- ▶ In den Satelliten werden die Laserstrahlen aller Satelliten an frei schwebenden Testmassen gespiegelt und überlagert
- ▶ Diese Überlagerungen der Laser-Signale wird von Photodioden gemessen
- ▶ Somit entsteht ein Interferometer mit 5 Mio km Armlänge, das wegen seiner Position im All gegen Untergrund-Schwingungen abgeschirmt ist

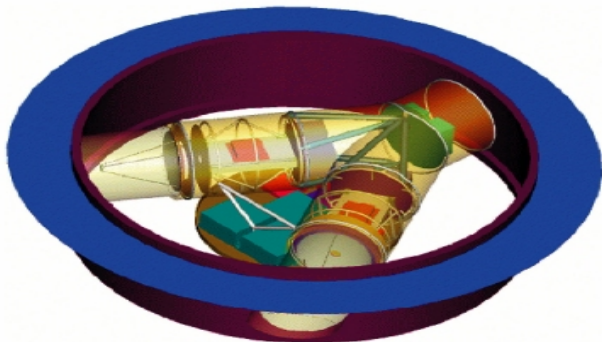
Umlaufbahn der LISA Satelliten



Time Delay Interferometry

- ▶ Da die LISA-Satelliten nicht gegen einander fixiert sind, variiert die Armlänge mit der Zeit stark gegenüber der Wirkung der GW
- ▶ Damit sich dieser Effekt in der Interferenz aufhebt müssen die Lichtsignale zeitlich korrigiert werden
- ▶ Dieses Verfahren wird Time Delay Interferometry genannt

Querschnitt eines LISA Satelliten



LISA

- ▶ Die Satelliten können den mHz Bereich der GW aus einem erdartigen Orbit um die Sonne heraus abtasten, da sie keinen terrestrischen Untergrund, der in diesem Bereich sehr stark ist, messen
- ▶ in Vorbereitung soll im Juni 2013 LISA Pathfinder gestartet werden um die LISA-Geräte zu testen
- ▶ LISA selbst soll 2018 starten