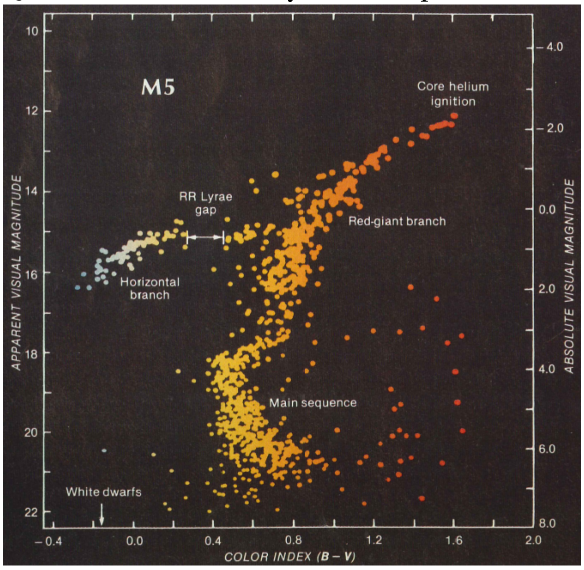
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Galaxien und Kosmologie

Wintersemester 2010/2011
Übungsaufgaben 02 – Musterlösung
M. Kadler
15. November 2010

Frage 1: *Die Entfernung zum galaktischen Zentrum*

Quelle: A. Hirshfield, Sky & Telescope, Dec. 1984, p. 498



Kugelsternhaufen haben eine Metallizität, die deutlich geringer ist, als die der Sonne. Das führt dazu, dass sich manche Sterne in Kugelsternhaufen im Laufe ihrer Entwicklung auch im sogenannten Horizontalast des Hertzsprung-Russell-Diagramms aufhalten werden und dabei den Instabilitätsstreifen durchlaufen. Diese Sterne werden *RR Lyrae-Sterne* genannt. Der Horizontalast ist daher durch eine kleine Lücke von den Roten Riesen getrennt und in HRDs oder Farben-Helligkeits-Diagrammen einfach erkennbar (siehe Abbildung).

a) Von Ihren Betreuern haben Sie zwei FHDs von Kugelsternhaufen erhalten. Identifizieren Sie den Horizontalast und messen Sie die scheinbare Helligkeit des blauen Endes der RR Lyr-Lücke. Bestimmen Sie daraus das Entfernungsmodul und die Entfernung (in kpc) dieser Kugelsternhaufen. Beachten Sie dabei die von Staub in der Milchstrasse hervorgerufene Extinktion in Richtung dieser Objekte!
Tip: Sie sollten die Formel für das Entfernungsmodul eigentlich wissen. Wenn nicht, dann sollten Sie sich diese aus der Definition der Magnitude

$$m_1 - m_2 = -2.5\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \tag{1.1}$$

herleiten.

Lösung: Die absolute Helligkeit ist die Magnitude, die ein astronomisches Objekt bei einer Entfernung von 10 pc haben würde. Damit ist das Entfernungsmodul

$$m - M = -2.5\log_{10}\left(\frac{L/4\pi d^2}{L/4\pi(10\,\mathrm{pc})^2}\right) = -2.5\log_{10}\left((d/1\,\mathrm{pc})^{-2}\right) - 5 = 5\log_{10}(d/1\,\mathrm{pc}) - 5 \tag{s1.1}$$

b) Für Ihre Kugelsternhaufen wird auf Ihrem Handout auch die galaktische Länge, ℓ, und die Breite, b, angegeben. Berechnen Sie mit der oben ermittelten Entfernung die Koordinaten des Kugelsternhaufens in einem auf das Sonnensystem zentrierten kartesischen Koordinatensystem. Dabei weise die x-Achse auf das galaktische Zentrum ($\ell = 0°$, $b = 0°$), die y-Achse in eine Richtung 90° östlich davon ($\ell = 90°$, $b = 0°$) und die z-Achse weist zum galaktischen Nordpol ($b = 90°$).

Lösung: Mit den Angaben in der Aufgabe erhalten wir

$$x = r\cos\ell\cos b \tag{s1.2}$$

$$y = r\sin\ell\cos b \tag{s1.3}$$

$$z = r\sin b \tag{s1.4}$$

(Überprüfung der Formeln durch Einsetzen der drei in der Aufgabe angegebenen Koordinaten).

c) Ihre Betreuer werden jetzt die einzelnen Kugelsternhaufen aufrufen, x, y, z in eine Tabelle eintragen und danach die Verteilung der Kugelsternhaufen im Raum plotten (Schnitte durch die x-z-Ebene und die x-y-Ebene). Diskutieren Sie mit Ihren Kommilitonen diese Verteilung:
- Gehören Kugelsternhaufen zur Scheiben- oder zur Halopopulation?
- Bestimmen Sie gemeinsam aus Ihren obigen Messungen die Entfernung zum galaktischen Zentrum.

Frage 2: *Galaxienhelligkeiten*

Die Anzahldichte von Sternen in einer Galaxie ist gegeben durch

$$n(R,z) = n_0 \exp\left(-\frac{R}{h_R}\right) \exp\left(-\frac{|z|}{h_z}\right) \tag{2.1}$$

Hier ist R der Abstand vom galaktischen Zentrum und z die Höhe über der Scheibe.

a) Bestimmen Sie aus Gl. 2.1 die Oberflächendichte Σ der Sterne als Funktion von R. Warum gilt damit für den radialen Verlauf der Flächenhelligkeit

$$I(r) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{h_R}\right) \tag{2.2}$$

Lösung: Die Oberflächendichte ist

$$\Sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} n(z)\,dz \tag{s2.1}$$

...und aus Symmetriegründen

$$= 2\int_{0}^{+\infty} n(z)\,dz \tag{s2.2}$$

$$= 2n_0 \exp\left(-\frac{R}{h_R}\right) \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{z}{h_z}\right) dz \tag{s2.3}$$

...und damit

$$= 2n_0 h_z \exp\left(-\frac{R}{h_R}\right) \tag{s2.4}$$

Da wegen des konstanten Masse-Leuchtkraftverhältnisses von Sternen die Flächenhelligkeit proportional zur Sterndichte Σ ist, folgt Gl. (2.2).

Anmerkung: Allerdings können h_R und h_z vom Typ des betrachteten Objekts (Stern, Molekülwolken usw.) abhängen! So ist in der Sonnenumgebung $h_z \sim 150\,\text{pc}$ für neutrales Wasserstoffgas und $h_z \sim 65\,\text{pc}$ für Molekülwolken.

b) Bestimmen Sie die Gesamtleuchtkraft einer Spiralgalaxie, deren Flächenhelligkeit durch Gl. (2.2) gegeben ist.

Lösung:

$$L = \int_0^{\infty} I(R) 2\pi R\,dR = 2\pi I_0 \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{R}{h_R}\right) R\,dR = 2\pi I_0 h_R^2 \tag{s2.5}$$

c) Für die Milchstrasse ist $L \sim 1.5 \times 10^{10}\,L_\odot$ und $h_R = 3\,\text{kpc}$. Zeigen Sie, dass am solaren Radius ($r = 8\,\text{kpc}$) die Flächenhelligkeit $18\,L_\odot\,\text{pc}^{-2}$ beträgt.

Lösung: Einfaches Einsetzen in Gl. (s2.5) ergibt $I_0 = 265.26\,L_\odot\,\text{pc}^{-2}$, die restliche Rechnung ist dann trivial.

d) Erklären Sie, warum die Flächenhelligkeit einer Galaxie ($\text{mag}\,\text{arcsec}^{-2}$) *nicht* von der Entfernung der Galaxie abhängt.

Lösung: Der Einfachheit halber sei angenommen, alle Sterne hätten die gleiche Helligkeit, L. Die Galaxie sei bei einer Entfernung r. Dann ist der von einem Volumen gemessene Fluss gegeben durch

$$F = N\frac{L}{4\pi r^2} \tag{s2.6}$$

Die Zahl der Sterne, N, kann jetzt geschrieben werden als

$$N = A \cdot \Sigma \tag{s2.7}$$

wo Σ die Säulendichte der Sterne ist und A die betrachtete Fläche ist. Diese kann geschrieben werden als

$$A = \Omega \cdot r^2 \tag{s2.8}$$

wo Ω das betrachtete Kugelflächenelement ist. Damit ist unsere Messgröße

$$\frac{F}{\Omega} = r^2\Sigma\frac{L}{4\pi r^2} = \frac{\Sigma L}{4\pi} \tag{s2.9}$$

und daher unabhängig von r.

Anmerkung 1: Eine Umrechnung in Magnituden ist hier nicht notwendig!

Anmerkung 2: Werden verschiedene Teile einer Galaxie betrachtet, dann ist beobachtete Varianz von F proportional $\sqrt{N}$ und damit entfernungsabhängig. Dies ist die Grundlage der später noch genauer betrachteten Methode zur Bestimmung von Entfernungen aufgrund der Fluktuation der Oberflächenhelligkeit der Galaxien.