



Frage 1: Akkretion in AGN

- a) Berechnen Sie die Energie, die bei der Akkretion eines Massenelements m aus dem Unendlichen auf eine Kreisbahn mit Radius r um ein kompaktes Objekt der Masse M freigesetzt wird. Es kann angenommen werden, dass sich das Massenelement im Unendlichen in Ruhe befand. Für die Herleitung ist ein Ansatz nach Newtonscher Mechanik ausreichend.

Lösung: Aus der Energieerhaltung folgt, dass die freiwerdende Energie gleich der Differenz der potentiellen Energie im Unendlichen ($= 0$) und der totalen Energie im Abstand r ist. Letztere setzt sich zusammen aus potentieller Energie und kinetischer Energie auf der Kreisbahn:

$$E(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{s1.1})$$

Auf einer stabilen Kreisbahn gilt

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \text{ so dass } v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (\text{s1.2})$$

Einsetzen in Gl. (s1.1) ergibt

$$E(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{GMm}{2r} = -\frac{GMm}{2r}, \quad (\text{s1.3})$$

so dass für die freiwerdende Energie gilt:

$$E_{\text{released}}(r) = E(\infty) - E(r) = 0 - \left(-\frac{GMm}{2r}\right) = \frac{GMm}{2r} \quad (\text{s1.4})$$

- b) Die Leuchtkraft ist definiert als die Energie, die ein gilt: $E = GMm/2r$ astronomisches Objekt pro Zeiteinheit freisetzt.

- Überzeugen Sie sich, dass diese Definition äquivalent ist zu $L = dE/dt$. Nutzen Sie diese Gleichung, um eine Formel zur Berechnung der totalen Leuchtkraft eines Objektes, das mit der *Massenakkretionsrate* \dot{m} akkretiert. Dabei ist $\dot{m} = dm/dt$ die Menge der akkretierten Masse (dm) pro Zeiteinheit (dt). Die totale Leuchtkraft ist die freigesetzte Energie bei Akkretion auf den Schwarzschildradius, $r_s = 2GM/c^2$). Hängt diese Leuchtkraft von der Masse des akkretierenden Objektes ab?

Lösung: Nach Definition gilt

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t}, \quad (\text{s1.5})$$

wobei ΔE die freigesetzte Energie im Zeitintervall Δt ist. Im Grenzwert $\Delta t \rightarrow 0$ ergibt sich $L = dE/dt$.

Die Zeitableitung von Gl. (s1.4) ergibt

$$L = \frac{GM\dot{m}}{2r}. \quad (\text{s1.6})$$

Für den Schwarzschildradius eines Schwarzen Loches ergibt sich

$$L_{\text{BH}} = \frac{GM\dot{m}}{2 \cdot 2GM/c^2} = \frac{1}{4} \dot{m}c^2 \quad (\text{s1.7})$$

Dieser Ausdruck hängt nur von der Massenakkretionsrate ab und nicht von der absoluten Masse. (N.B. Eine korrektere relativistische Behandlung ergibt $L_{\text{BH}} \sim 0.1\dot{m}c^2$ für ein nicht-rotierendes ("Schwarzschild") Schwarzes Loch, und $L_{\text{BH}} \sim 0.42\dot{m}c^2$ für ein maximal rotierendes "Kerr" Schwarzes Loch.)

2. Schätzen Sie die Massenakkretionsrate eines Schwarzen Loches im Zentrum eines aktiven Galaxienkerns mit einer Leuchtkraft von $10^{13} L_{\odot}$ ab. (Geeignete Einheiten sind Sonnenmassen pro Jahr: $L_{\odot} = 4 \times 10^{26} \text{ W}$, $c = 300000 \text{ km s}^{-1}$, 1 Jahr=365.25 Tage, 1 Tag=86400 s und $M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$)

Lösung: Nach Gl. (s1.7) gilt:

$$\dot{m} = \frac{4L_{\text{BH}}}{c^2} = \frac{4 \cdot 10^{13} \cdot 4 \times 10^{26} \text{ W}}{9 \times 10^{16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}} = 1.78 \times 10^{23} \text{ kg s}^{-1} = 5.6 \times 10^{30} \text{ kg year}^{-1} = 2.8 M_{\odot} \text{ year}^{-1} \quad (\text{s1.8})$$

da $1 \text{ W} = 1 \text{ J s}^{-1} = 1 \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-3}$.

3. Die durch Akkretion erzeugte Leuchtkraft ist nach oben hin begrenzt, da die freigesetzte Energie in Form von Strahlung auch abgestrahlt werden muss. Durch Thomson-Streuung wird von einem Strahlungsfluss $S = L/4\pi r^2$ auf Elektronen eine Kraft

$$F_{\text{rad}} = \frac{\sigma_{\text{T}} S}{c} \quad (\text{1.1})$$

ausgeübt. Hier ist der Thomson-Wirkungsquerschnitt gegeben durch

$$\sigma_{\text{T}} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{c^4 m_e^2} = 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (\text{1.2})$$

Die maximale Leuchtkraft, die *Eddington-Leuchtkraft*, ergibt sich durch Gleichsetzen von F_{rad} mit der auf Protonen wirkenden Gravitationskraft (warum ist dieser Ansatz möglich?). Berechnen Sie die Eddington-Leuchtkraft. Welche weiteren Annahmen gehen in Ihre Rechnung ein?

Lösung: Der Ansatz ist zulässig, da Coulomb-Wechselwirkung Elektronen und Protonen effizient aneinander koppelt. Weitere Annahmen sind ein kugelsymmetrischer Akkretionsfluss und die Annahme, dass es sich um ein ionisiertes Wasserstoffgas handelt. Beide sind in der Natur nur näherungsweise erfüllt.

$$\frac{GMm_{\text{p}}}{r^2} > \frac{\sigma_{\text{T}} S}{c} = \frac{\sigma_{\text{T}}}{c} \cdot \frac{L}{4\pi r^2} \quad (\text{s1.9})$$

und daher

$$L < L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi GMm_{\text{p}}c}{\sigma_{\text{T}}} = 1.3 \times 10^{38} \text{ erg s}^{-1} \cdot \frac{M}{M_{\odot}} \quad (\text{s1.10})$$

Frage 2: Scheinbare Überlichtgeschwindigkeit des Jets von 3C 111

Mithilfe der *Very Long Baseline Interferometrie (VLBI)* werden die höchst aufgelösten Bilder kosmischer Objekte überhaupt gemacht. Dabei werden einzelne Radioteleskope zu einem Array zusammengeschaltet, wodurch die Winkelauflösung eines virtuellen Riesen-Einzelteleskops erreicht

wird, dessen Durchmesser dem maximalen Abstand D zweier Teleskope des Arrays entspricht. Für eine Übersicht über die Entwicklung von VLBI siehe Kellermann & Moran, (2001, Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics, **39**, p. 457–509).

- a) Eines der wichtigsten VLBI Arrays ist das VLBA (Very Long Baseline Array), das aus zehn 25 m Einzelteleskopen besteht, welche über ganz Nordamerika verteilt sind. Die maximale *Basislinie* besteht mit 8611 km zwischen den Teleskopen Mauna Kea (Hawaii) und St. Croix (Jungferninseln). Berechnen Sie die Winkelauflösung des VLBA bei einer Beobachtungswellenlänge von 2 cm nach $\theta = 1.22\lambda/D$. Welche lineare Auflösung ℓ kann damit bei einer Beobachtung der Radiogalaxie 3C 111 ($d = 215$ Mpc) erreicht werden?

Lösung:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{0.02}{8611000} = 3 \cdot 10^{-9} \quad (\text{s2.1})$$

Umrechnen von Bogenmass ins Gradmass $\Rightarrow \theta = 0.62$ mas.

Für 3C 111:

$$\ell = d \cdot \tan\theta = 0.65 \text{ pc} \quad (\text{s2.2})$$

- b) Im Anhang finden Sie vier VLBI Bilder des Jets in 3C 111¹, die im Rahmen des MOJAVE Projektes am 01.05.2008, 17.07.2008, 26.11.2008, und 02.05.2009 aufgenommen wurden. Identifizieren Sie drei Jet-Komponenten in den aufeinanderfolgenden Epochen und messen Sie ihren Abstand zum *Jet Core*. Bei diesem handelt es sich *nicht* um das zentrale Schwarze Loch, sondern um den innersten unaufgelösten Teil des Jets. Tragen Sie die gemessenen Abstände als Funktion der Zeit grafisch auf und messen Sie die scheinbare Geschwindigkeit des Jets.

Lösung: $\approx 1.5 \text{ mas yr}^{-1}$, d.h., $\approx 5c$.

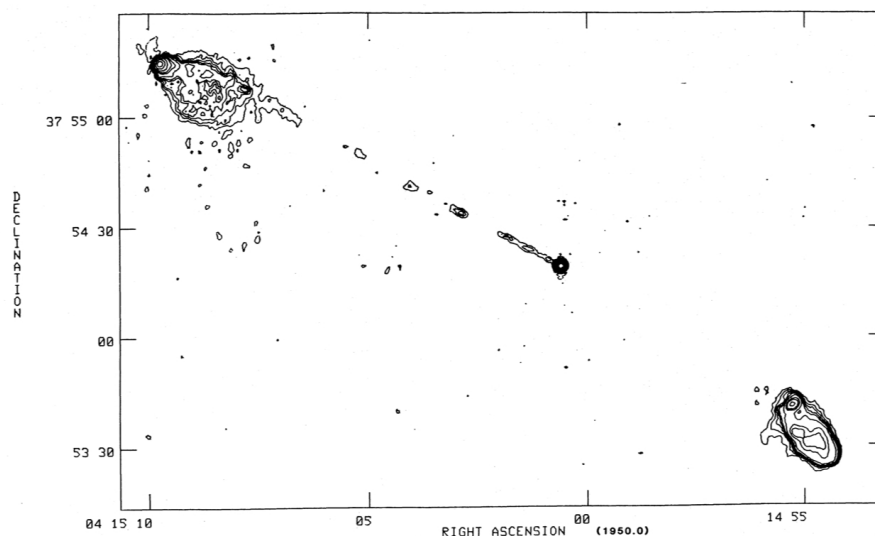


Abbildung 1: Die Struktur von 3C 111 auf kpc-Skalen, beobachtet mit dem VLA bei einer Frequenz von 1.4 GHz.

- c) Bei 3C 111 handelt es sich um eine sogenannte *Broad Line Radio Galaxy*, d.h. im optischen Spektrum sind breite Emissionslinien zu sehen. Im AGN Standardmodell, das einen Grossteil der scheinbaren Unterschiede zwischen einzelnen AGN-Klassen auf unterschiedliche Winkel zur Sichtlinie zurückführt, erwartet man demnach einen kleinen Winkel des Jets zur Sichtlinie

¹Quelle: <http://www.physics.purdue.edu/astro/MOJAVE/sourcepages/0415+379.shtml>

(da die Broad Line Region sonst von dem zirkumnuklearen Torus verdeckt wäre). Andererseits zeigt 3C 111 eine FR II Radio-Morphologie (siehe Fig. b) über ~ 185 kpc, was auf einen grossen Winkel zur Sichtlinie hindeutet. Zusammengenommen ergeben die besten Schätzungen des Winkels θ zur Sichtlinie etwa 15° für 3C 111. Berechnen Sie die intrinsische Jetgeschwindigkeit $\beta = v/c$. Hinweis: $\beta_{\text{app}} = \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta}$.

Lösung:

$$\beta_{\text{app}} = \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta} \quad (\text{s2.3})$$

Durch Umformen folgt

$$\beta = \frac{\beta_{\text{app}}}{\sin \theta + \beta_{\text{app}} \cos \theta} \approx 0.9826 \quad . \quad (\text{s2.4})$$

- d) Im Mai 2008 zeigte 3C 111 einen aussergewöhnlichen Flussdichteausbruch, während dessen die Flussdichte des VLBI Core auf 3.1 Jy anstieg. Berechnen Sie unter der Annahme intrinsischer Symmetrie zwischen Jet und Counterjet die Flussdichte des *counterjet core*. Das Rauschniveau des Bildes liegt bei $\sigma = 0.26$ mJy/Beam. Nehmen Sie an, dass der Counterjet sicher detektiert worden wäre, wenn die Flussdichte seines Core bei 10σ gelegen hätte. Geben Sie einen Grenzwert für die Grösse eines Flussdichteausbruchs an, ab dem Sie eine Detektion des Counterjet erwarten. Hinweis: $\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{1 + \beta \cos \theta}{1 - \beta \cos \theta} \right)^{2-\alpha}$ mit $\alpha = 0$ (flaches Kernspektrum).

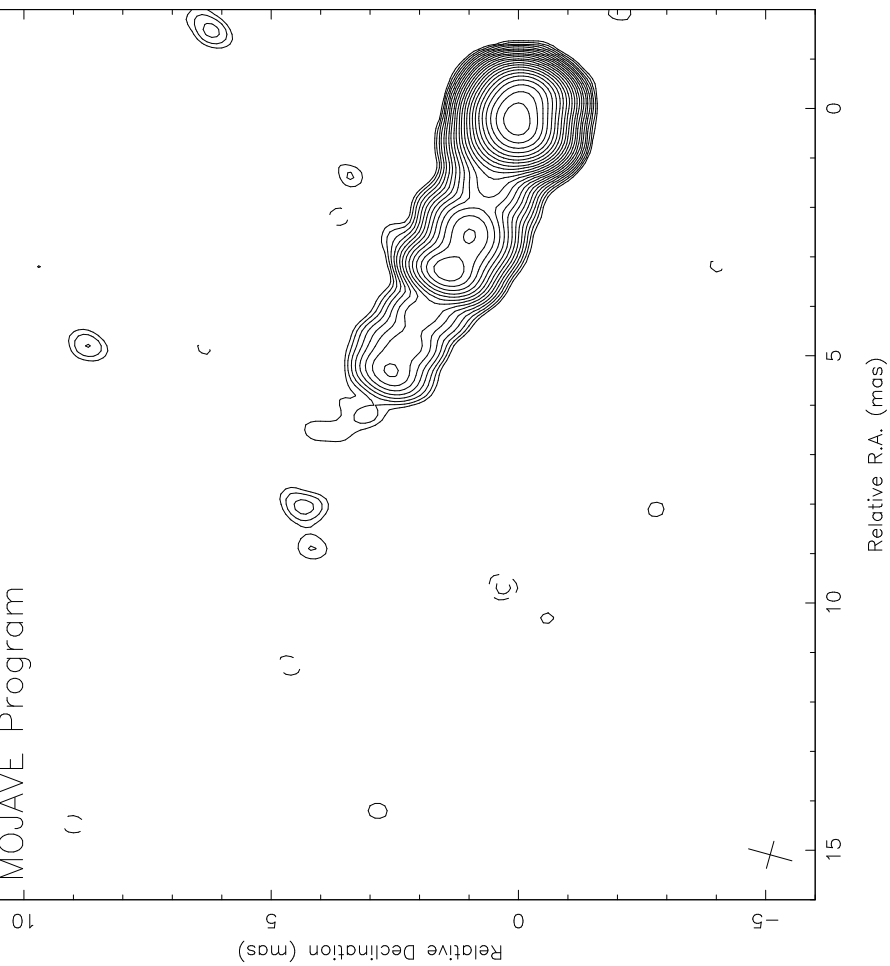
Lösung: Das Detektionslevel liegt bei 2.6 mJy/beam. Es ergibt sich ein Verhältnis von

$$R > 3100/2.6 = 1192 \quad . \quad (\text{s2.5})$$

Nach der vorigen Aufgabe ist $\beta = 0.9826$ und $\theta = 15^\circ$, d.h., $\beta \cos \theta \approx 0.949$. Dies entspricht einem Jet-zu-Counterjet Verhältnis von $R \approx 1467$. Ab einer Grenzflussdichte von 3815 mJy des Core müsste auch der Counterjet-Core auf über 10σ anwachsen.

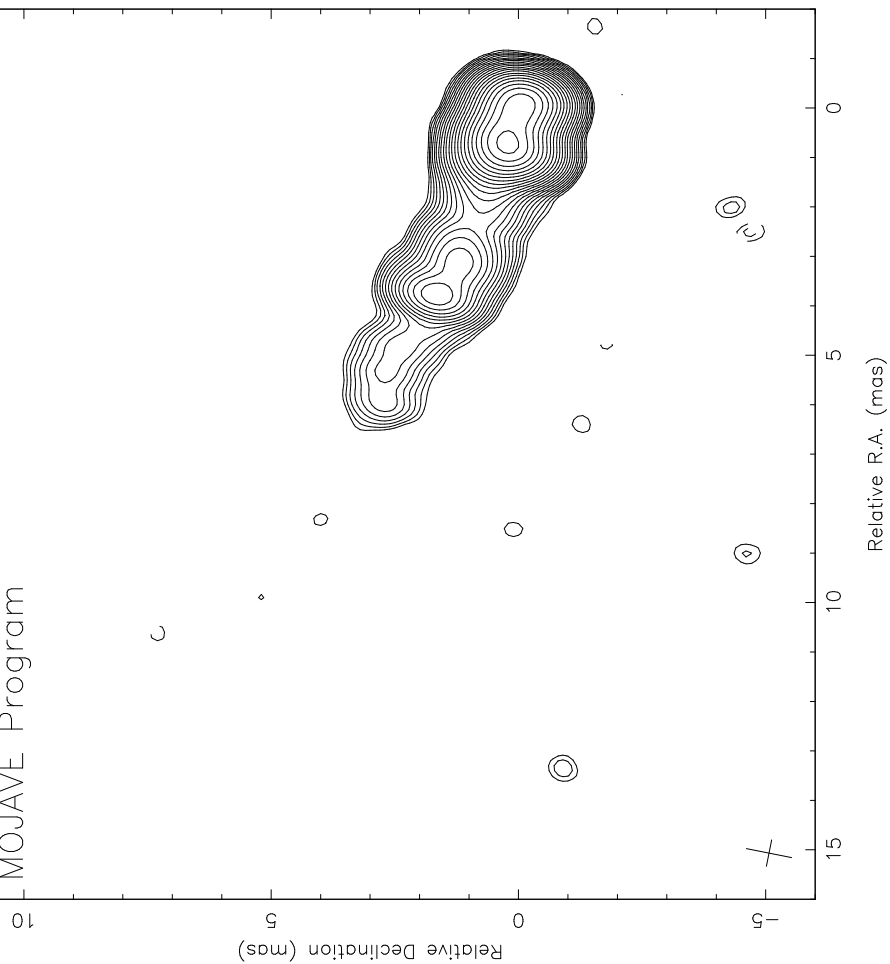
Peak: 3099.4, Contours: $1.20 \times \sqrt{2}$, RMS: 0.26 mJy/beam
Beam: 0.91×0.57 mas at -15.5 deg., Nat.Wgt.(no taper)

0415+379, Epoch: 2008-05-01, 15.4 GHz
MOJAVE Program



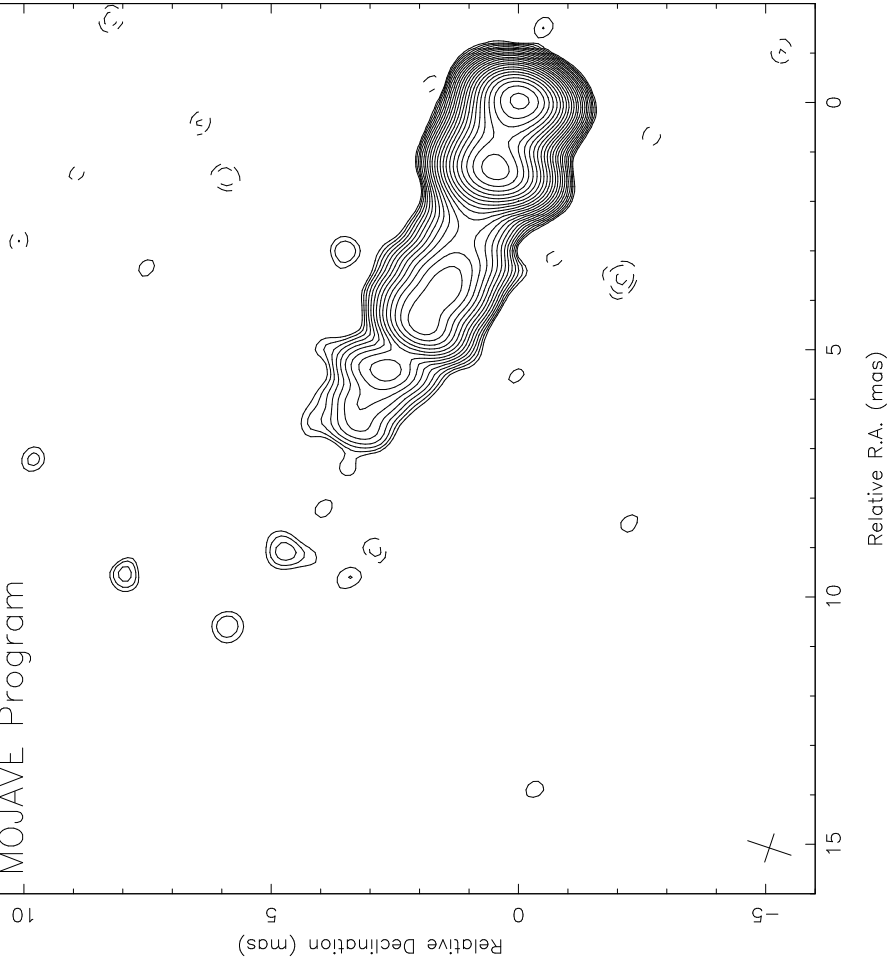
Peak: 2018.7, Contours: $1.20 \times \sqrt{2}$, RMS: 0.18 mJy/beam
Beam: 0.93×0.54 mas at -11.2 deg., Nat.Wgt.(no taper)

0415+379, Epoch: 2008-07-17, 15.4 GHz
MOJAVE Program



Peak: 1949.8, Contours: $0.60 \times \sqrt{2}$, RMS: 0.09 mJy/beam
Beam: 0.93×0.60 mas at -18.5 deg., Nat.Wgt.(no taper)

0415+379, Epoch: 2008-11-26, 15.4 GHz
MOJAVE Program



Peak: 1961.5, Contours: $0.70 \times \sqrt{2}$, RMS: 0.12 mJy/beam
Beam: 0.79×0.52 mas at -8.8 deg., Nat.Wgt.(no taper)

0415+379, Epoch: 2009-05-02, 15.4 GHz
MOJAVE Program

