



Die folgende Zusammenstellung nützlicher Formeln soll zur Vorbereitung auf die Vorlesungsklausur helfen. Eine Erklärung der dabei benutzten Symbole findet sich auf den Folien zur Vorlesung, Es ist wichtig ein Gefühl für typische Größenordnungen zu haben. Dazu sollen die hier und auf den Vorlesungsfolien angegebenen Zahlenwerte helfen.

## 1 Gravitation

Newton'sches Gravitationsgesetz:

$$F_{\text{grav}} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Gravitationskonstante:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

Schwerpunkt:

$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$

Zentrifugalkraft auf einer Kreisbahn:

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{P^2}$$

Newton's Form von Keplers 3. Gesetz

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

Drehimpuls:

$$J = I \omega$$

Homogene Kugel:

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$E_{\text{pot}} = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

## 2 Eigenschaften von Sternen

### 2.1 Entfernungen

Astronomische Einheit:

$$1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km}$$

Winkelabstand für kleine Winkel:

$$\theta = \frac{r}{d}$$

Parallaxenwinkel (2. Gleichung gilt für  $p$  in Bogensekunden und  $d$  in Parsec):

$$p = \frac{1 \text{ AU}}{d} = \frac{1}{d}$$

Parsec:

$$1 \text{ pc} = 206264 \text{ AU} = 3 \times 10^{16} \text{ m} = 3.26 \text{ Lichtjahre}$$

### 2.2 Magnituden

Leuchtkraft und Fluß:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Scheinbare Helligkeit:

$$m_{V,2} - m_{V,1} = -2.5 \log_{10} \left( \frac{F_2}{F_1} \right)$$

Hellster Stern: Sirius:  $m_V = -1.4 \text{ mag}$

Schwächste mit dem Augen sichtbare Sterne:  $m_V \sim 6 \text{ mag}$

Absolute Helligkeit  $M_V$ :

Magnitude, die ein Objekt bei einer Entfernung von  $d = 10 \text{ pc}$  haben würde

Entfernungsmodul:

$$m_V - M_V = 2.5 \log_{10} \left( \frac{d}{10 \text{ pc}} \right)^2 = 5 \log_{10} d - 5$$

Effektivtemperatur:

$$T_{\text{eff}}^4 = \frac{L}{4\pi R^2 \sigma}$$

### 2.3 Sternaufbau

Typische "solare Häufigkeiten" (Massenprozent):

- 75% Wasserstoff,
- 24% Helium,
- 1% "Metalle"

Ideales Gasgesetz:

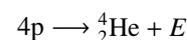
$$P = nkT = \frac{k\rho}{\mu m_p} T$$

Masse-Leuchtkraft-Beziehung für die Hauptreihe (solare Einheiten):

$$L \propto M^{4.0} \dots \text{für} \dots M > 0.43$$

$$L \propto M^{2.3} \dots \text{für} \dots M < 0.43$$

Energieerzeugung:



Ruheenergie:

$$E = mc^2$$

Energieeinheiten:

$$1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$$

## 2.4 Typische Zahlenwerte

Eigenschaften der Sonne:

$$\begin{aligned} M_{\odot} &= 2 \times 10^{30} \text{ kg} & L_{\odot} &= 3.90 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1} \\ R_{\odot} &= 700000 \text{ km} & T_{\text{eff}} &= 5800 \text{ K} \\ m_{\text{V}} &= -26.8 \text{ mag} & M_{\text{V}} &= 4.87 \text{ mag} \end{aligned}$$

Eigenschaften der Hauptreihensterne:

$$\begin{aligned} 0.001 &\lesssim L/L_{\odot} \lesssim 10^6 \\ 0.1 &\lesssim M/M_{\odot} \lesssim 100 \\ -7 \text{ mag} &\lesssim M_{\text{V}} \lesssim +13 \text{ mag} \\ 3000 \text{ K} &\lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 50000 \text{ K} \end{aligned}$$

Weißer Zwerge/Neutronensterne:

Chandrasekhar Grenzmasse:  $1.4 M_{\odot}$

Oppenheimer-Volkoff-Masse:  $2 \dots 3 M_{\odot}$

Typische Radien:

Weißer Zwerge:  $R = 6000 \text{ km}$

Neutronensterne:  $R = 10 \text{ km}$

Schwarzschild-Radius:  $R_S = \frac{2GM}{c^2} \sim 3 \text{ km} \cdot (M/M_{\odot})$

## 3 Strahlung

Energie von Photonen:

$$E = h\nu = hc/\lambda$$

nichtrelativistischer Doppler-Effekt:

$$\frac{\lambda_{\text{observed}} - \lambda_{\text{emitted}}}{\lambda_{\text{emitted}}} = \frac{v}{c}$$

Stefan-Boltzmann'sches Gesetz (Pro Quadratmeter von einer Oberfläche bei Temperatur  $T$  emittierte Leistung):

$$P = \sigma T^4$$

Wien'sches Gesetz:

$$\lambda_{\text{max}} \times T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

Planck'sches Strahlungsgesetz:

$$B_{\lambda} = \frac{2hc^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}$$

## 4 Galaxien und Galaxienhaufen

Milchstraße:

Typ	SBb
$M_{\text{V}}$	-20.2 mag
Masse (leuchtend)	$10^{11} M_{\odot}$
Gesamtmasse	$\sim 10^{12} M_{\odot}$
Scheibe:	
Radius	$\sim 20 \text{ kpc}$
Intensität Scheibe	$I(r) = I_0 \exp(-\frac{r}{r_0})$
Skalenlänge	$r_0 \sim 3 \text{ kpc}$
Skalenhöhe	100 pc (dünn) ... 1000 pc (dick)
$v_{\text{rot}}$	$220 \text{ km s}^{-1}$
$d_{\odot}$	8 kpc
Halo: Radius	$\sim 100 \text{ kpc}$
Bulge: Radius	1 kpc
Galaxien und Galaxienhaufen:	
Virialsatz:	

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = -\frac{1}{2} \langle E_{\text{pot}} \rangle$$

Eigenschaften:

$M_{\text{V}}$	-9.0 ... -24 mag
AGN : $M_{\text{V}}$	-23.0 ... -30 mag
Entfernung d(LMC)	50 kpc
d(Andromeda)	700 kpc
d(Virgo Haufen)	17 Mpc
Radius R(Galaxienhaufen)	20 Mpc
R(Superhaufen)	100 Mpc
Spiralgalaxien	$v_{\text{rot}} = 200 \dots 300 \text{ km/s}$
Elliptische Galaxien	$\sigma = 200 \dots 300 \text{ km/s}$

## 5 Kosmologie

Hubble'sches Gesetz:

$$v = H_0 d$$

Kosmologische Rotverschiebung:

$$z = \frac{R(t_0)}{R(t_{\text{em}})} - 1$$

wo  $R$  =Skalenfaktor

Friedmann-Gleichung:

$$\begin{aligned} \ddot{R} &= -\frac{4\pi G}{3} R \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \left[ \frac{1}{3} \Lambda R \right] \\ \dot{R}^2 &= +\frac{8\pi G \rho}{3} R^2 - kc^2 + \left[ \frac{1}{3} \Lambda c^2 R^2 \right] \end{aligned}$$

Konkordanzmodell:

Hubble-Konstante:  $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

Dichteparameter:  $\Omega = 0.28$

Kosmologische Konstante:  $\Omega_{\Lambda} = 0.72$

Baryonendichte:  $\Omega_{\text{m}} = 0.04$

Weltalter: 13.6 Gyrs