



Nützliche Konstanten

Ohne Garantie auf Vollständigkeit!

| | |
|-------------------------------|---|
| Astronomische Einheit | $1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ |
| Stefan-Boltzmann Konstante | $\sigma_{\text{SB}} = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ |
| Gravitationskonstante | $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ |
| Sonnenmasse | $M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ |
| Sonnenleuchtkraft | $L_{\odot} = 4 \times 10^{26} \text{ W}$ |
| Absolute Helligkeit der Sonne | $M_{\odot} = 4.8 \text{ mag}$ |
| Erdmasse | $M_{\oplus} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ |
| Lichtgeschwindigkeit | $c = 300000 \text{ km s}^{-1}$ |

Frage 1: Aktive Galaxien

- Seyfert-Galaxien zeigen zwei Arten von Emissionslinien in ihren Spektren: "Dünne Linien" ("narrow lines") mit typischen Breiten von $\Delta\lambda/\lambda \sim 0.001$ und "breite Linien" ("broad lines") mit typischen Breiten von $\Delta\lambda/\lambda \sim 0.01$. Man vermutet, daß die Linienemission von heißen Wolken herrührt, die sich mit hoher Geschwindigkeit in Bezug auf unsere Sichtlinie bewegen. Die Linien sind verbreitert, da sich einige der Wolken mit hoher Geschwindigkeit auf uns zu, andere aber von uns weg bewegen. Die Summe der Emissionen der Einzelwolken erzeugt dann das beobachtete Profil. Benutze die Dopplerformel, um die Geschwindigkeitsdispersion der für die dünnen und die breiten Linien verantwortlichen Wolken zu bestimmen.
- Bei welcher Entfernung vom Zentrum des AGN befinden sich die Wolken? Nimm dazu an, daß sich die Wolken auf Kreisbahnen um ein Schwarzes Loch mit $10^7 M_{\odot}$ bewegen.
- Akkretion ist sehr effizient bei der Umwandlung von potentieller Energie in Strahlung. Die bei Akkretion freiwerdende Energie wird häufig in Einheiten der relativistischen Ruhemasse angegeben. Überzeuge Dich, daß die Leuchtkraft des AGN als $L = \eta \dot{M} c^2$, geschrieben werden kann, wo η die sogenannte "Effizienz" des Akkretionsprozesses ist und wo $\dot{M} = dM/dt$ die Massenakkretionsrate ist, d.h. die pro Zeiteinheit akkretierte Masse. Typischerweise ist für Akkretion $\eta = 0.1$. Wie viel Masse muß akkretiert werden, um die Leuchtkraft des Quasars 3C 273, $L = 10^{12} L_{\odot}$, zu erklären $L_{\odot} = 4 \times 10^{26} \text{ W}$?

Frage 2: 3K Strahlung in der Vergangenheit

Die Spektralverteilung der Schwarzkörperstrahlung ist gegeben durch

$$\frac{dE}{d\lambda} = \frac{2hc^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \quad (2.1)$$

- a) Zeige, daß die Spektralform der Schwarzkörperstrahlung bei Rotverschiebung beibehalten wird und daß $T(z) = T(\text{heute})(1 + z)$.
- b) Die 3 K Hintergrundstrahlung wurde emittiert, als das Universum eine Temperatur von ungefähr 4000 K hatte, da damals der ionisierte Wasserstoff rekombinierte und so das Universum plötzlich für Strahlung durchlässig wurde. Was ist damit also die größte Rotverschiebung, die wir je werden messen können?

Frage 3: Entwicklung des Universums

Die Friedmann-Gleichung lautet

$$\dot{R}(t)^2 = +\frac{8\pi G\rho(t)}{3}R(t)^2 - kc^2 \quad (3.1)$$

- a) Überzeuge Dich, daß für normale Materie (“Baryonen”)

$$R(t)^3\rho(t) = \rho_0R_0^3 \quad (3.2)$$

wo ρ_0 die heute gemessene Baryonendichte und R_0 der heutige Wert des Skalenparameters ist.

- b) Zeige, daß für den Fall des flachen materiedominierten Universums die Friedmann-Gleichung in der Form

$$\frac{dR}{dt} = H_0R_0^{3/2}R^{-1/2} \quad (3.1)$$

geschrieben werden kann.

- c) Löse die Friedmann-Gleichung mit Hilfe der Methode der Trennung der Variablen und der Randbedingung $R(t = 0) = 0$ (beachte: R_0 ist *nicht* $R(0)$!). Zeige, daß für den betrachteten Fall des flachen und materiedominierten Universums das Universum bis in alle Ewigkeiten expandieren wird und daß das heutige Alter des Universums (das “Weltalter”) durch

$$t_0 = \frac{2}{3H_0} \quad (3.1)$$

gegeben ist.

- d) Berechne mit Hilfe des heutigen Wertes von H_0 das Weltalter eines flachen, materiedominierten Universums. Vergleiche dieses mit dem korrekten Weltalter des Universums.

Frage 4: Entfernungsbestimmung

- a) Parallaxen können natürlich auch zur Bestimmung von Entfernungen in unserem Sonnensystem benutzt werden. Der Mond hat eine mittlere Entfernung von 380000 km vom Zentrum der Erde. Was ist seine Parallaxe in Bezug auf den Erdradius ($r_{\oplus} = 6378$ km)? Wie groß ist der Fehler, der bei der Herleitung der Parallaxe durch Benutzung der Näherung $\tan x \sim x$ gemacht wird?
- b) Im Jahr 1838 bestimmte Bessel die Entfernung des Sterns 61 Cygni zu 3.16 pc. Moderne Messungen ergeben stattdessen eine Entfernung von 3.40 pc. Bestimme den Fehler (in Bogensekunden) in der Messung von Bessel.
- c) Was ist das Entfernungsmodul und die Entfernung (in Parsec) eines Sterns mit absoluter Helligkeit von +6.0 mag, dessen scheinbare Helligkeit +16.0 mag beträgt?

d) Zeige mit Hilfe der Definition des Entfernungsmoduls, daß für Standardkerzen gilt

$$m = 5 \log z + C \quad (4.1)$$

wo m die scheinbare Helligkeit der Standardkerze ist, z die Rotverschiebung und wo C von ihrer absoluten Helligkeit und von H_0 abhängt.

Frage 5: Entfernungen: Supernovae

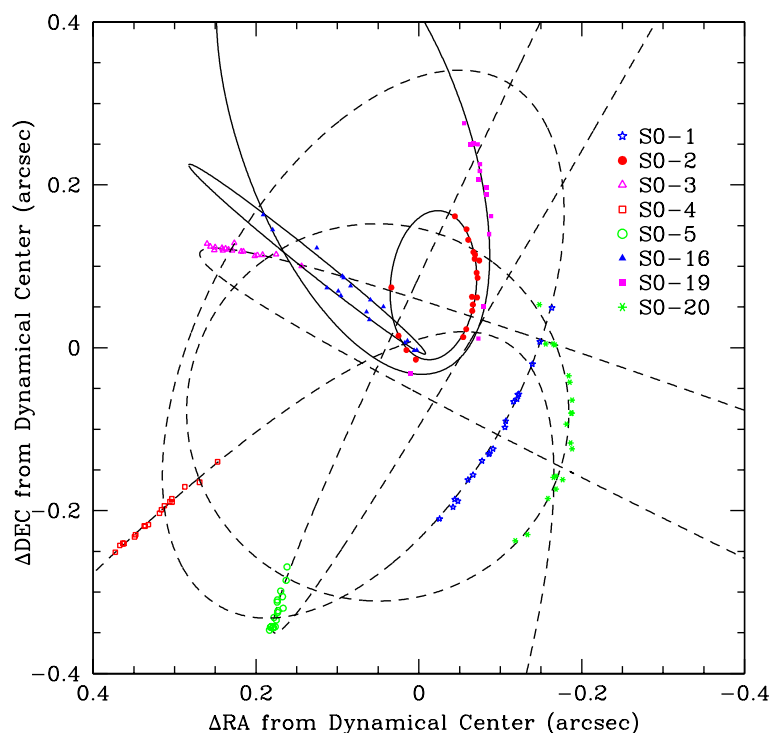
Kernkollaps-Supernovae vom Typ II haben typische absolute Leuchtkräfte von -20 mag.

- Was ist die scheinbare Helligkeit einer solchen Supernova, wenn sie bei einer Entfernung von 1000 pc von der Erde explodieren würde? Vernachlässige die Absorption im interstellaren Medium. Vergleiche Dein Ergebnis mit der scheinbaren Helligkeit der Venus (-3 mag).
- Was ist die Maximalentfernung, in der eine solche Supernova explodieren kann und noch mit dem bloßen Auge gesehen werden kann (Grenzhelligkeit 6 mag)? Vergleiche Dein Ergebnis mit dem Durchmesser der Milchstraße.
- Derartige Supernovae sollten alle 25–50 Jahre in der Milchstraße explodieren. Die letzte Supernova in unserer Milchstraße wurde vor ca. 400 Jahren beobachtet. Was ist die Ursache für diese scheinbare Unterhäufigkeit an Supernova-Explosionen?
- Wie weit weg könnte eine solche Supernova sein, um immer noch mit dem 40 cm Teleskop der Remeis-Sternwarte (Grenzhelligkeit 14 mag ohne CCD) beobachtbar zu sein? Vergleiche Dein Ergebnis mit dem der Entfernung zum Andromeda-Nebel (700 kpc) und dem Virgo-Haufen (15.7 Mpc).

Frage 6: Das Zentrum der Milchstraße

In der Vorlesung wurde die Evidenz für das Vorhandensein eines supermassiven Schwarzen Loches im Zentrum unserer Milchstraße ($d = 8.5$ kpc) angesprochen. In dieser Frage werden wir diese Evidenz und die Evidenz für weitere extreme Phänomene im Zentrum der Milchstraße etwas genauer betrachten

- Die folgende Abbildung von A. Ghez stellt Ergebnisse von Messungen der Bahnen von Sternen in der Nähe des galaktischen Zentrums in der letzten Dekade dar

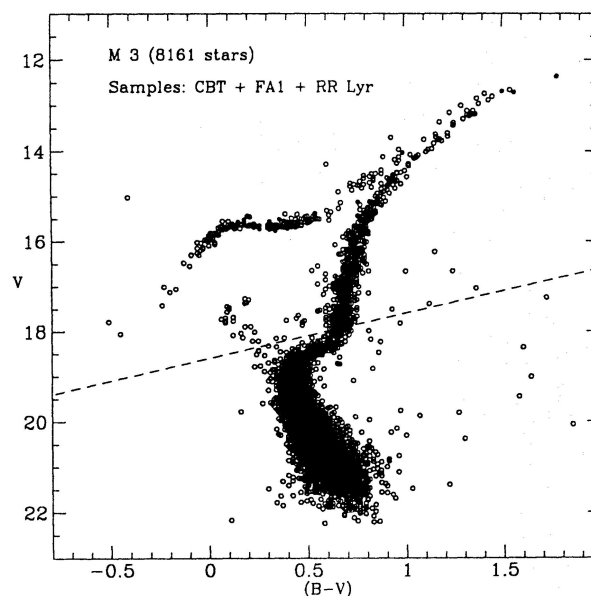


Die Abbildung zeigt, daß sich alle Sterne um das “dynamische Zentrum” der Milchstraße bewegen. Im Zentrum selbst wird im Optischen kein Objekt beobachtet. Das dynamische Zentrum liegt in der Abbildung bei der Position $\Delta\text{RA} = 0$, $\Delta\text{DEC} = 0$. Von besonderem Interesse für die Massenbestimmung ist der Stern S0-2, für den Reinhard Schödel und Mitarbeiter eine Bahnperiode von 15.2 Jahren bestimmt haben.

1. Bestimme die große Halbachse der Bahn von S0-2 aus der Abbildung. Gib diese in AU und in Lichttagen an. Aufgrund von perspektiveffekten ist die elliptische Bahn verzerrt (analog zu Doppelsternsystemen). Die projizierte Halbachse der Ellipse ist $a_{\text{projected}} = a_{\text{real}} \cos i$, wo i die Inklination ist. Für S0-2 ist $i = 36^\circ$.
2. Benutze die Bahn von S0-2 um die Masse des dynamischen Zentrums der Milchstraße zu ermitteln.

- b) Nahe des Galaktischen Zentrums befindet sich ein Ring aus molekularem Gas mit einer geschätzten Masse von $10^7 M_\odot$ und einem Durchmesser von 200 pc. Dieser Ring expandiert mit einer Geschwindigkeit von 150 km s^{-1} . Berechne die kinetische Energie dieses Rings. Warum wird seine Existenz als Evidenz für häufige Supernova-Explosionen im Galaktischen Zentrum gesehen? Bestimme den Zeitpunkt dieser Explosionen unter der Annahme sphärischer Expansion und unter der Annahme, daß die Expansion nicht durch Reibung an Material in der Milchstraße gebremst wurde.

Frage 7: Sternentwicklung



In Farben-Helligkeits-Diagrammen (FHDs) wird auf der x -Achse die Differenz der Helligkeiten von Sternen in zwei verschiedenen Filtern (z.B. im Blauen und im Visuellen) aufgenommen werden. Da Sternspektren genähert Schwarzkörperspektren sind, ist diese Differenz Temperaturabhängig, d.h. ein FHD entspricht praktisch einem Hertzsprung-Russell-Diagramm.

- a) Die Abbildung zeigt das FHD des Kugelsternhaufens M3. Identifiziere im Diagramm den Horizontalast, in dem auch die RR Lyrae-Sterne zu finden sind. Bestimme mit den in der Vorlesung angegebenen Daten für RR Lyr Sterne die Entfernung von M3.
- b) Identifiziere im FHD von M3 Sterne in den verschiedenen Stadien ihrer Entwicklung, insbesondere die Hauptreihe, die Roten Riesen und den AGB.