



Die folgende Zusammenstellung nützlicher Formeln soll zur Vorbereitung auf die Vorlesungsklausur helfen. Eine Erklärung der dabei benutzten Symbole findet sich auf den Folien zur Vorlesung, die unter der URL <http://astro.uni-tuebingen.de/~wilms/teach/intro> erhältlich sind. Obwohl die Zahlenwerte aller physikalischen Konstanten in der Klausur angegeben werden, ist es dennoch wichtig, zumindest ein Gefühl für typische Größenordnungen zu haben. Dazu sollen die hier und auf den Vorlesungsfolien angegebenen Zahlenwerte helfen.

## 1 Gravitation

### 1.1 Ellipsen

Exzentrizität:

$$e = \frac{\text{Entfernung Ellipsenzentrum - Brennpunkt}}{\text{große Halbachse}} = \frac{d}{a}$$

Perihel und Aphel Entfernungen:

$$d_{\text{perihel}} = a(1 - e) \quad \text{und} \quad d_{\text{aphel}} = a(1 + e)$$

### 1.2 Gravitation

Newton'sches Gravitationsgesetz:

$$F_{\text{grav}} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Gravitationskonstante:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

Schwerpunkt:

$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$

Zentrifugalkraft auf einer Kreisbahn:

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{p^2}$$

Newton's Form von Keplers 3. Gesetz (hier ist es wichtig, auch die Herleitung zu kennen, zumindest für  $m_2 \rightarrow 0$ ):

$$\frac{a^3}{p^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

Kepler's 3. Gesetz in Einheiten von  $M_\odot$ , AU und Jahren (setze  $M_2 = 0$  für Planeten)

$$\frac{a^3}{p^2} = M_1 + M_2$$

## 2 Eigenschaften der Planeten

Typische Dichten terrestrischer und jupiterähnlicher Planeten:

$$\langle \rho \rangle_{\text{terr.}} \sim 5.5 \text{ g cm}^{-3} \quad \langle \rho \rangle_{\text{gas}} \sim 1.2 \text{ g cm}^{-3}$$

Typische Massen:

$$\bullet M_{\text{Erde}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg} \quad \bullet M_{\text{Jupiter}} = 318 M_{\text{Erde}}$$

Astronomische Einheit:

$$1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km}$$

Bahnradien im Sonnensystem:

- Merkur: 0.4 AU
- Mars: 1.5 AU
- Saturn: 10 AU
- Erde: 1 AU
- Jupiter: 5 AU
- Neptun: 30 AU

Aufbau der isothermen Atmosphäre:

$$P(h) = P_0 \exp\left(-\frac{\mu g}{kT} \cdot h\right) = P_0 \exp\left(-\frac{h}{H}\right)$$

## 3 Eigenschaften von Sternen

### 3.1 Teleskope

Beugungsbegrenztes Auflösungsvermögen eines Teleskops:

$$\alpha = \frac{1.220\lambda}{d} = \frac{12''}{D/1 \text{ cm}} \quad \text{für optisches Licht}$$

### 3.2 Entfernungen

Winkelabstand für kleine Winkel:

$$\theta = \frac{r}{d}$$

Parallaxenwinkel (2. Gleichung gilt für  $p$  in Bogensekunden und  $d$  in Parsec):

$$p = \frac{1 \text{ AU}}{d} = \frac{1}{d}$$

Parsec:

$$1 \text{ pc} = 206264 \text{ AU} = 3 \times 10^{16} \text{ m} = 3.26 \text{ Lichtjahre}$$

### 3.3 Magnituden

Leuchtkraft und Fluß:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Scheinbare Helligkeit:

$$m_2 - m_1 = -2.5 \log_{10} \left( \frac{F_2}{F_1} \right)$$

Hellster Stern: Sirius:  $m = -1.4 \text{ mag}$

Schwächste mit dem Auge sichtbare Sterne:  $m \sim 6 \text{ mag}$

Absolute Helligkeit  $M$ :

Magnitude, die ein Objekt bei einer Entfernung von  $d = 10 \text{ pc}$  haben würde

Entfernungsmodul:

$$m - M = 2.5 \log_{10} \left( \frac{d}{10 \text{ pc}} \right)^2 = 5 \log_{10} d - 5$$

### 3.4 Sternaufbau

Typische "solare Häufigkeiten" (Massenprozent):

- 75% Hydrogen,
- 24% Helium,
- 1% "Metalle"

Hydrostatisches Gleichgewicht:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2}$$

Massenverteilung:

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

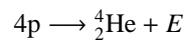
Ideales Gasgesetz:

$$P = nkT = \frac{k\rho}{\mu m_p} T$$

Masse-Leuchtkraft-Beziehung (solare Einheiten):

$$L \propto M^4$$

Energieerzeugung:



Ruheenergie:

$$E = mc^2$$

Energieeinheiten:

$$1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$$

### 3.5 Typische Zahlenwerte

Eigenschaften der Sonne:

$$\begin{aligned} M_{\odot} &= 2 \times 10^{30} \text{ kg} & L_{\odot} &= 3.90 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1} \\ R_{\odot} &= 700000 \text{ km} & T_{\text{eff}} &= 5800 \text{ K} \\ m &= -26 \text{ mag} & M &= 5 \text{ mag} \end{aligned}$$

Eigenschaften der Sterne:

$$\begin{aligned} 0.01 &\lesssim L/L_{\odot} \lesssim 10^4 \\ 0.1 &\lesssim M/M_{\odot} \lesssim 100 \\ -7 \text{ mag} &\lesssim M_v \lesssim +13 \text{ mag} \\ 3000 \text{ K} &\lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 50000 \text{ K} \end{aligned}$$

## 4 Strahlung

Energie von Photonen:

$$E = hv = hc/\lambda$$

nichtrelativistischer Doppler-Effekt:

$$\frac{\lambda_{\text{observed}} - \lambda_{\text{emitted}}}{\lambda_{\text{emitted}}} = \frac{v}{c}$$

Planck'sches Gesetz:

$$B_{\lambda} = \frac{2hc^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}$$

Stefan-Boltzmann'sches Gesetz (Pro Quadratmeter von einer Oberfläche der Temperatur  $T$  emittierte Leistung):

$$P = \sigma T^4$$

Wien'sches Gesetz:

$$\lambda_{\text{max}} T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}$$