



Frage 1: Pulsare und Neutronensterne

- a) Die Rotationsperiode des Pulsars im Krebsnebel ist $\tau = 33$ ms. Es wird beobachtet, dass sie pro Jahr um $\Delta\tau = 1.3 \times 10^{-5}$ s zunimmt, da der Pulsar die für seine Radiostrahlung notwendige Leistung aus seiner Rotationsenergie speist. Masse und Radius seien 1.44 Sonnenmassen bzw. 12 km. Wie groß ist die Rotationsenergie des Neutronensterns und wie groß ist seine abgestrahlte Leistung? Wie verhält letztere sich zur Leuchtkraft der Sonne? ($1L_{\odot} = 4 \times 10^{26}$ W).

Anmerkung: Die abgestrahlte Leistung ist $P = -dE_{\text{rot}}/dt$ wo E_{rot} die Rotationsenergie ist; gehen Sie davon aus, daß der Neutronenstern eine homogene Dichteverteilung hat.

- b) Wie schnell kann der Neutronenstern aus der obigen Teilaufgabe rotieren, ohne daß er zerrissen wird (Rechnung in klassischer Mechanik)? Wie gross ist dabei die Rotationsgeschwindigkeit am Äquator?

Frage 2: Der Krebsnebel

Der Krebsnebel ist ein Supernova-Überrest. Im Jahre 1983 wurde der Radius des Krebsnebels zu etwa 3 Bogenminuten bestimmt. Es wurde festgestellt, dass er sich mit 0.21 Bogensekunden pro Jahr ausdehnt. Die Radialgeschwindigkeit des Nebels bezüglich des Zentralobjekts wird zu 1500 km s^{-1} bestimmt.

- a) Wie groß ist die Entfernung des Nebels, wenn die Expansion symmetrisch ist?
b) Wie lange liegt die Supernova-Explosion zurück?
c) Welche scheinbare visuelle Helligkeit hatte diese Supernova? Die typische absolute visuelle Helligkeit von SN beträgt -18 mag. Vergleichen Sie mit der maximalen Helligkeit der Venus (-4.4 mag).

Frage 3: Akkretion in Röntgendoppelsternen und Aktiven Galaxienkernen

Sowohl in Röntgendoppelsternen als auch in aktiven Galaxienkernen sind die hohen beobachteten Leuchtkräfte auf Materieakkretion auf ein zentrales massereiches Objekt zurückzuführen. In Röntgendoppelsternen handelt es sich hierbei entweder um einen Weissen Zwerg, einen Neutronenstern oder ein Schwarzes Loch (mit einigen wenigen Sonnenmassen M_{\odot}). Im Falle von aktiven Galaxienkernen ist das Zentralobjekt ein supermassives Schwarzes Loch mit $M \gtrsim 10^6 M_{\odot}$.

- a) Zeigen Sie mithilfe des Energieerhaltungssatzes, dass für die freiwerdende Energie E_{released} bei der Akkretion eines Massenelements m aus dem Unendlichen auf eine Kreisbahn mit Radius r um ein kompaktes Objekt der Masse M gilt: $E = GMm/2r$. Es kann angenommen werden, dass sich das Massenelement im Unendlichen in Ruhe befand. (Für die Herleitung ist ein Ansatz nach Newton'scher Mechanik ausreichend.)
b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Ergebnisses der vorigen Teilaufgabe die freiwerdende Energie, wenn eine Masse von 1 kg aus dem Unendlichen auf die Oberfläche eines Neutronensterns trifft ($M_{\text{NS}} = 1.44 M_{\odot}$; $r_{\text{NS}} = 10$ km). Drücken Sie diese Energie in Einheiten von Megatonnen TNT aus, wobei $1 \text{ MT} = 3 \times 10^{15} \text{ J}$ eine typische Größenordnung einer Atombombenexplosion ist. ($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$, $1 M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$).

- c) Die Leuchtkraft ist definiert als die Leistung, die ein astronomisches Objekt pro Zeiteinheit freisetzt.
1. überzeugen Sie sich, dass diese Definition äquivalent ist zu $L = dE/dt$. Nutzen Sie diese Gleichung, um eine Formel zur Berechnung der totalen Leuchtkraft eines Objektes, das mit der *Massenakkretionsrate* \dot{m} akkretiert. Dabei ist $\dot{m} = dm/dt$ die Menge der akkretierten Masse (dm) pro Zeiteinheit (dt). Die totale Leuchtkraft ist die freigesetzte Energie bei Akkretion auf den Schwarzschildradius, $r_S = 2GM/c^2$. Hängt diese Leuchtkraft von der Masse des akkretierenden Objektes ab?
 2. Schätzen Sie die Massenakkretionsrate eines Schwarzen Loches im Zentrum eines aktiven Galaxienkerns mit einer Leuchtkraft von $10^{13} L_\odot$ ab. (Geeignete Einheiten sind Sonnenmassen pro Jahr: $L_\odot = 4 \times 10^{26} \text{ W}$, $c = 300000 \text{ km s}^{-1}$, 1 year=365.25 days, 1 day=86400 seconds)