



## Nützliche Konstanten

Erdmasse	$M_{\oplus} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Erdradius	$R_{\oplus} = 6378 \text{ km}$
Gravitationskonstante	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Boltzmann-Konstante	$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Protonenmasse	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

## Frage 1: Planetenatmosphären

Wie in der Vorlesung besprochen, lässt sich die Druckverteilung in der Planetenatmosphären beschreiben durch

$$P(h) = P_0 \exp(-h/H) \quad \text{mit der Skalenhöhe} \quad H = \frac{kT}{mg} \quad (1.1)$$

wo  $T$  die Temperatur,  $g$  die Schwerebeschleunigung und  $m$  die mittlere Molekülmasse ist. Die Marsatmosphäre besteht hauptsächlich aus  $\text{CO}_2$ .

- a) Bestimmen Sie das Druckverhältnis an Spitze zum Fuß des höchsten Marsberges, des erloschenen Vulkans Olympus Mons ( $h = 25 \text{ km}$ ). Vergleichen Sie mit dem Verhältnis für den Mt. Everest ( $h = 8.8 \text{ km}$  über dem Meeresniveau – diese Höhe entspricht in etwa der Skalenhöhe der Erdatmosphäre).

*Bemerkung:* Ignorieren Sie die Variation der Schwerebeschleunigung  $g$  mit der Höhe, die Rotation des Planeten und nehmen Sie an, die Atmosphäre sei isotherm, d.h. die Temperatur ändert sich nicht mit der Höhe. Die Oberflächentemperatur des Mars beträgt  $T = -73^\circ\text{C}$ , seine Masse  $M_{\text{Mars}} = 0.1M_{\oplus}$  und sein Radius  $R_{\text{Mars}} = 0.533R_{\oplus}$ .

*Zwischenergebnis:* Die Skalenhöhe der Marsatmosphäre ist 11 km.

- b) Der mittlere Druck auf der Marsoberfläche ist  $P_0 = 600 \text{ P}$ . Bestimmen Sie unter Annahme einer isothermen Atmosphäre, die nur aus  $\text{CO}_2$  besteht, die Gesamtmasse der Marsatmosphäre und vergleichen Sie diese mit der Masse des Mars (mittlere Dichte  $\langle \rho_{\text{Mars}} \rangle = 3.9 \text{ g cm}^{-3}$ ). Für  $\text{CO}_2$  gilt genährt die *ideale Gasgleichung*,

$$P = nkT \quad ()$$

wo  $n$  die Teilchendichte (=Anzahl der Teilchen pro Volumenelement),  $T$  die Temperatur und  $k$  die Boltzmann-Konstante ist.

*Anmerkung:* Sie benötigen den in dieser Teilaufgabe angegebenen Wert von  $P_0$  *nicht* zur Lösung der ersten Teilaufgabe! Beachten Sie, dass ein Großteil der Masse in der Atmosphäre sich innerhalb einiger Skalenhöhen befindet.

## Frage 2: Stabilität von Planetenatmosphären

Manche Planeten und Monde haben Atmosphären, andere nicht. Letzteres kann darin liegen, dass sie nie eine Atmosphäre gehabt haben oder dass sie ihre Atmosphäre verloren haben, während erstere ihre Atmosphären festhalten können.

In der kinetischen Gastheorie wird gezeigt, daß mit dem mittleren Geschwindigkeitsquadrat eines Moleküls in einem Gas der Temperatur  $T$

$$v_{\text{mol}} := \sqrt{\langle v_{\text{mol}}^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_{\text{mol}}}} \quad (2.1)$$

gilt. Hier ist  $T$  die Temperatur (gemessen in K),  $m_{\text{mol}}$  die Masse des Moleküls und  $k$  die Boltzmann-Konstante.

Ein Molekül kann dann von einem Planeten entweichen, wenn seine kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} \sim \frac{1}{2} m_{\text{mol}} v_{\text{mol}}^2 \quad (2.2)$$

größer ist als seine Bindungsenergie

$$E_{\text{pot}} \sim \frac{GM_{\text{planet}} m_{\text{mol}}}{R_{\text{planet}}} \quad (2.3)$$

- Bestimme die Entweichgeschwindigkeit eines Planeten, also die Geschwindigkeit, bei der  $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$ .
- Die obigen Aussagen sind nicht ganz exakt: Die Moleküle in einer Atmosphäre haben nicht alle die gleiche Geschwindigkeit, sondern unterliegen der sogenannten Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Diese Geschwindigkeitsverteilung hat einen "Schwanz" bei hohen Geschwindigkeiten, d.h. manche Moleküle können entweichen, eben wenn ihre Geschwindigkeit größer ist als die Entweichgeschwindigkeit. Als Faustregel kann ein Planet die Hälfte seiner Atmosphäre für mehr als eine Milliarde Jahre halten, wenn die mittlere Gasgeschwindigkeit kleiner als 20% der Entweichgeschwindigkeit ist.

Erde und Mond bildeten sich vor ungefähr 4 Milliarden Jahren. Sie hatten beide ursprünglich Atmosphären, die aus  $\text{H}_2$  und  $\text{N}_2$  bestanden. Was passierte mit diesen Atmosphären?

Die mittlere Temperatur der Erdatmosphäre (korrigiert für den Treibhauseffekt) ist  $T_{\oplus} = 255 \text{ K}$ , die des Mondes ist  $T_{\zeta} = 274 \text{ K}$  (Unsöld & Baschek, Der Neue Kosmos).  $M_{\zeta} = 0.012M_{\oplus}$ ,  $R_{\zeta} = 0.27R_{\oplus}$ .