

*Qualitative Interpretation der  
Nebelspektren*

## 2. Qualitative Interpretation der Nebelspektren

---

PN = ionisiertes Plasma aus:

Ionen (Atomen), Elektronen, Photonen

$$n_e \approx 10^4 \text{ cm}^{-3} \quad T_e \approx 10^4 \text{ K}$$

Wechselwirkungen		Zeitskalen $\tau/\text{sec}$
1)	Stöße Elektron - Elektron	$10^0$
2)	Stöße Elektron - Ion (Anregung) Elektron - Ion (Abregung)	$10^4$ ( $\sim n_e^{-1}$ )
3)	Stöße Elektron - Ion (Ionisation) " " (Rekombination)	$10^8$ ( $\sim n_e^{-1}$ )
d)	Photonen - Emission (erlaubt)	$10^{-8}$
	" (verboten)	$10^4 - 10^0$
e)	Photoionisation (Sternephotonen) abh. vom Abstand zum Zentralstern	$10^8$ ( $\sim 3$ Jahre)

---

1. Folgerung: Elektronenstöße am häufigsten

→ Elektronen thermalisieren

→ Gleichgewichtsverteilung

Maxwell:  $f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT}$

$$E_{\text{th}} = kT = 1.4 \cdot 10^{-12} \text{ erg} \approx 1 \text{ eV}$$

2. Folgerung: spontane Emission erlaubter Photonen  
sehr effizient

→ Entvölkerung angeregter Niveaus über erlaubte Kanäle nach unten

→ Überbevölkerung des Grundzustandes

ausgedrückt als Abweichung vom LTE (Lokales Thermodynamisches Gleichgewicht)

• LTE: Ionisation: Saha-Formel  $n_e =$  Besetzungsdichte

$$n_e \cdot \frac{n_{up}}{n_{low}} = 2 \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{g_{up}}{g_{low}} e^{-\Delta E/kT}$$

$g_{up}, g_{low}$ : statistische Gewichte,  $\Delta E = E_{up} - E_{low}$

z. B. Wasserstoff:  $n_{up} = n(H^+) = n_p$   $n_{low} = n_{1s}$  Grundzustand  
 $g_{up} = 1$   $g_{low} = 2$

• LTE: Anregung: Boltzmann-Gleichung

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{g_i}{g_j} e^{-(E_i - E_j)/kT}$$

z. B. Wasserstoff:  $n_i = n_{nl}$   $g_i = 2(2l+1)$   
 $n_j = n_{1s}$   $g_j = 2$

$$\frac{n_{nl}}{n_{1s}} = \frac{2(2l+1)}{2} e^{-\chi_n/kT}$$

$\chi_n =$  Anregungsspannung

# Beispiel zur Saha-Gleichung:

Wasserstoff, nur 1 gebundener Zustand

$$n_{\text{low}} = n_{\text{I}} \quad (\text{HI-Grundzustand})$$

$$n_{\text{up}} = n_{\text{II}} \quad (\text{HII})$$

$$\frac{n_e n_{\text{II}}}{n_{\text{I}}} = \frac{T^{3/2}}{C} \cdot \frac{1}{2} e^{-1.58 \cdot 10^5 \frac{\text{Kelvin}}{T}} =: f(T)$$

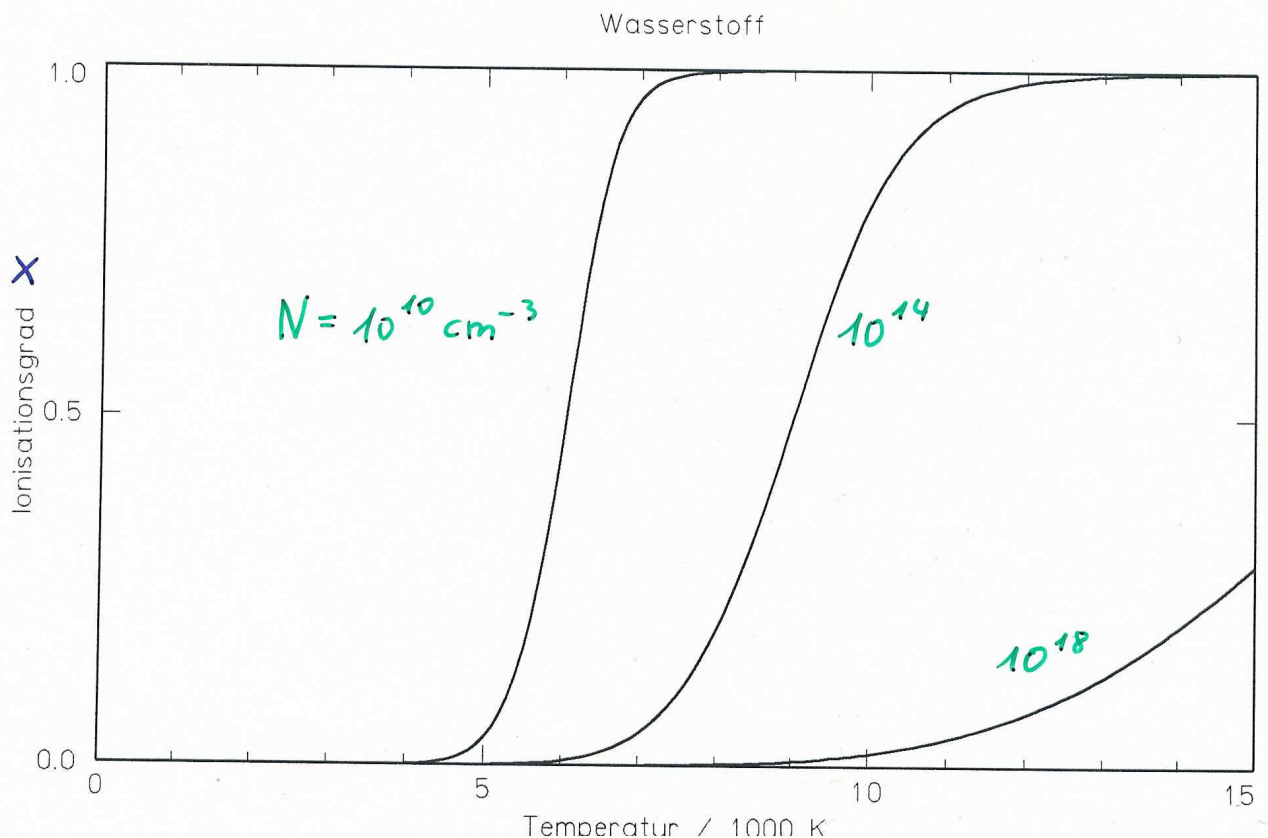
reines Wasserstoffplasma:  $n_e = n_{\text{II}}$  ,  $N := n_{\text{I}} + n_{\text{II}}$

$$\text{Ionisationsgrad } x := \frac{n_e}{N} = \frac{n_{\text{II}}}{N}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 N}{1-x} = f(T) \quad \Rightarrow \quad x^2 + \frac{f(T)}{N} x - \frac{f(T)}{N} = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = -\frac{f(T)}{2N} + \sqrt{\left(\frac{f(T)}{2N}\right)^2 + \frac{f(T)}{N}}$$

$$x = x(T, N)$$



Wasserstoff: Kombinierte Saha-Boltzmann-Gleichung  
(Grundzustand eliminieren)

$$n_{nl} = (2l+1) \left( \frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} e^{x_n / kT} n_p \cdot n_e$$

$$x_n = h\nu_0 - \chi_n \quad \left( = \frac{h\nu_0}{n^2} = \text{Ionisationspotential des Niveaus } nl \right)$$

Abweichungen vom LTE:

"departure" Koeffizienten  $b_i$

Wasserstoff:

$$n_{nl} = b_{nl} \cdot (2l+1) \left( \frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} e^{x_n / kT} n_p \cdot n_e$$

$$b_{nl} = 1 \quad \leftrightarrow \quad \text{LTE}$$

Unter Gasnebelbedingungen:

$$b_{nl} \ll 1 \quad \text{für } n > 1$$

$$b_{1s} \approx 10^6 \quad \text{Grundzustand}$$

extreme non-LTE-Bedingungen



## Folgerung

### Besetzung der Niveaus

- von oben: Rekombination
- von unten: Stoßanregung vom Grundzustand aus;  
nur Niveaus mit  $\chi < 10\text{eV}$

Stoßanregung  $10^4$  mal effektiver als Rekombination

- Stoßanregung dominant für niedrig liegende Niveaus
- Hochliegende Niveaus sind dünn besetzt (nur durch Rekombination)

### Unterscheidung:

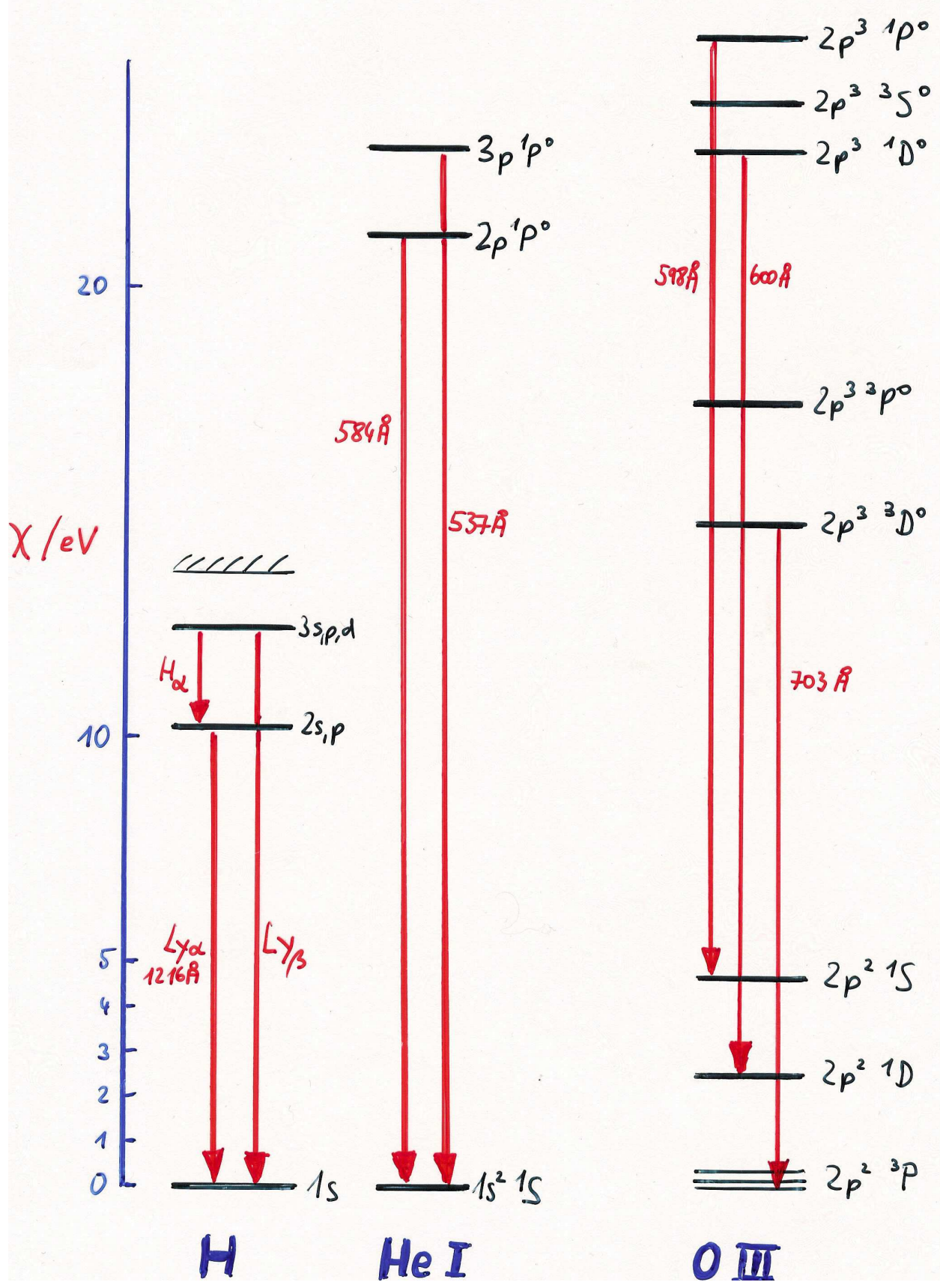
- 1) Rekombinationslinien: H, He
- 2) Stoßangeregte Linien: [O II], [O III]...  $E_{up} < 5\text{eV}$   
C III], C IV], ...  $5\text{eV} \leq E_{up} < 10\text{eV}$

Rekombinationslinien der Metalle schwach

wegen geringer Häufigkeit ( $n(\text{O})/n(\text{H}) = 0.001$ )

Ausnahme: Resonanzlinien (UV):

"Flaschenhals" im Termschema

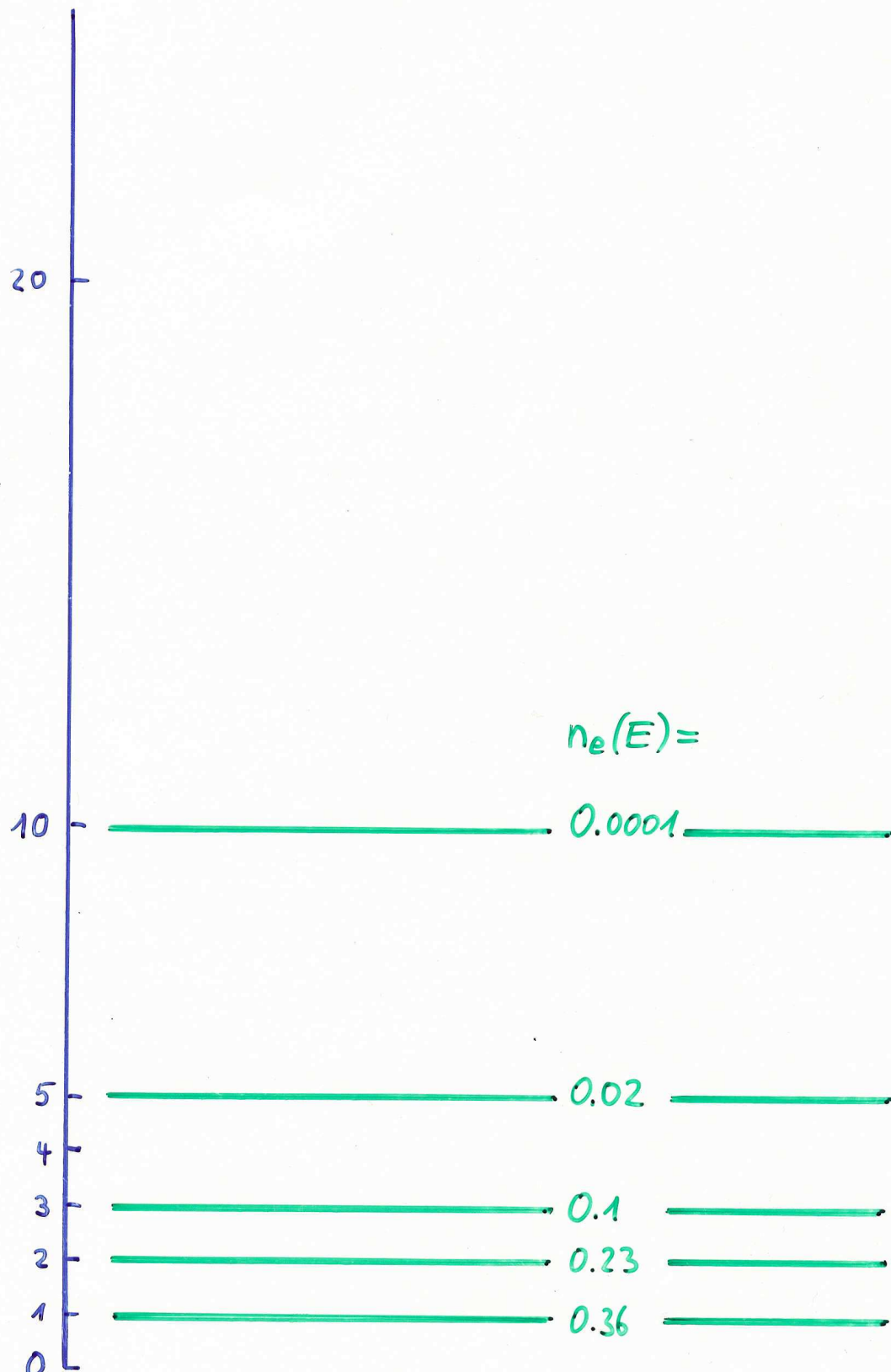


# Maxwellverteilung der Elektronen

$$n_e(E) \sim E/E_{th} \cdot e^{-E/E_{th}}$$

$$T = 10^4 \text{ K}$$

$$E_{th} = 0.862$$

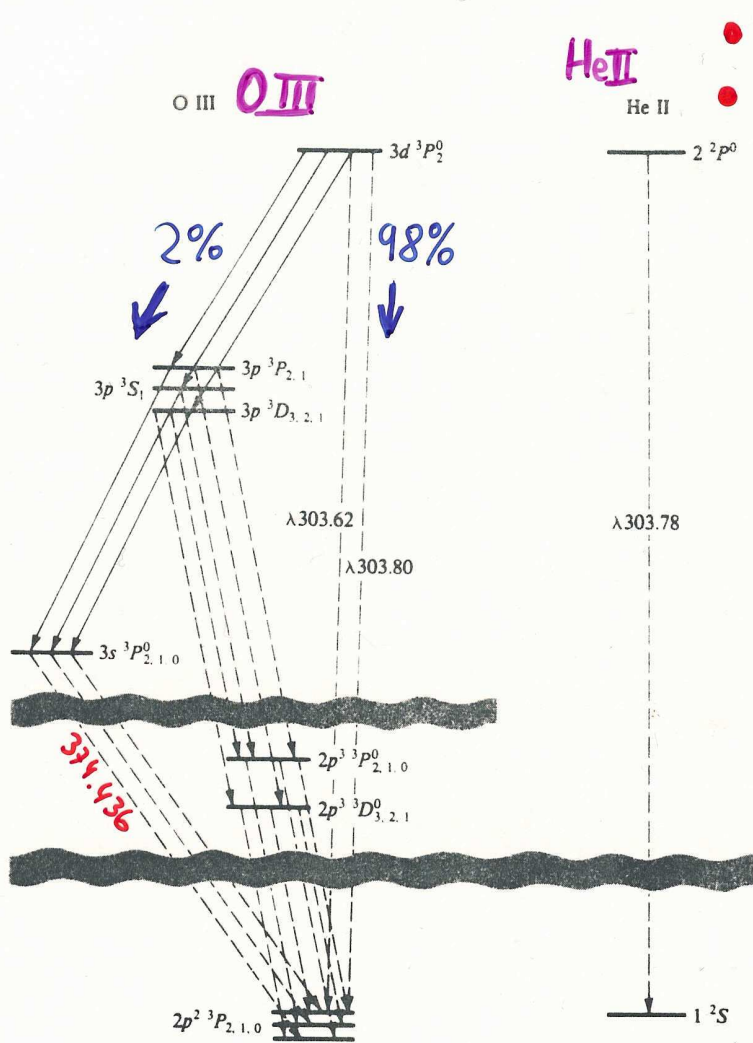




# Bowen Resonanz - Fluoreszenz - Mechanismus (Bowen 1934)

Beobachtungsbefund: hochangeregte Nebel (d.h. HeII 4686Å stark) zeigen ein partielles OIII-Linienspektrum

Ursache: Koinzidenz im Termschema von HeII und OIII:



- HeII, Lyα
- OIII, 2p² ³P₂ - 3d ³P₂⁰

Anregung von OIII 3d ³P₂  
durch Absorption von  
HeII Lyα - Photonen

FIGURE 4.6  
Schematized partial energy-level diagrams of [O III] and He II showing coincidence of He II Lyα and [O III] 2p² ³P₂ - 3d ³P₂⁰ λ303.80. The Bowen resonance-fluorescence lines in the optical and near-ultraviolet are indicated by solid lines, and the far ultraviolet lines that lead to excitation or decay are indicated by dashed lines.

es folgt: Abwärtskaskade mit 20 erlaubten OIII  
Linienübergängen mit λ = 2800... 3800 Å

Tabelle →

O III Resonance-fluorescence lines

Transition	Wavelength (Å)	Relative probability	Relative intensity
$3p\ ^3P_2 - 3d\ ^3P_2^0$	3444.10	$3.74 \times 10^{-3}$	0.277
$3p\ ^3P_1 - 3d\ ^3P_2^0$	3428.67	$1.25 \times 10^{-3}$	0.093
$3p\ ^3S_1 - 3d\ ^3P_2^0$	3132.86	$1.23 \times 10^{-2}$	1.000
$3p\ ^3D_3 - 3d\ ^3P_2^0$	2837.17	$1.16 \times 10^{-3}$	0.104
$3p\ ^3D_2 - 3d\ ^3P_2^0$	2819.57	$2.08 \times 10^{-4}$	0.019
$3p\ ^3D_1 - 3d\ ^3P_2^0$	2808.77	$1.38 \times 10^{-5}$	0.0013
$3s\ ^3P_2^0 - 3p\ ^3S_1$	3340.74	$1.79 \times 10^{-3}$	0.136
$3s\ ^3P_1^0 - 3p\ ^3S_1$	3312.30	$1.07 \times 10^{-3}$	0.082
$3s\ ^3P_0^0 - 3p\ ^3S_1$	3299.36	$3.57 \times 10^{-4}$	0.028
$3s\ ^3P_2^0 - 3p\ ^3P_2$	3047.13	$2.14 \times 10^{-3}$	0.179
$3s\ ^3P_1^0 - 3p\ ^3P_2$	3023.45	$7.12 \times 10^{-4}$	0.060
$3s\ ^3P_2^0 - 3p\ ^3P_1$	3059.30	$3.95 \times 10^{-4}$	0.033
$3s\ ^3P_1^0 - 3p\ ^3P_1$	3035.43	$2.37 \times 10^{-4}$	0.020
$3s\ ^3P_0^0 - 3p\ ^3P_1$	3024.57	$3.17 \times 10^{-4}$	0.027
$3s\ ^3P_0^0 - 3p\ ^3D_1$	3757.21	$3.57 \times 10^{-6}$	0.0002
$3s\ ^3P_1^0 - 3p\ ^3D_1$	3774.00	$2.67 \times 10^{-6}$	0.0002
$3s\ ^3P_2^0 - 3p\ ^3D_1$	3810.96	$1.80 \times 10^{-7}$	0.0001
$3s\ ^3P_1^0 - 3p\ ^3D_2$	3754.67	$7.22 \times 10^{-5}$	0.0049
$3s\ ^3P_2^0 - 3p\ ^3D_2$	3791.26	$2.41 \times 10^{-5}$	0.0016
$3s\ ^3P_2^0 - 3p\ ^3D_3$	3759.87	$5.39 \times 10^{-4}$	0.037

sog. "fractional multiplets" von O III

weitere Koinzidenz: O III  $2p3s\ ^3P_1^0 - 2p^2\ ^3P_2$  374.436 Å

N III  $2p^2\ P_{3/2} - 3d\ ^2D_{5/2}$  374.434 Å

↳ Res. Linie

⇒ "fractional multiplets" von N III

ausgehend von  $3d\ ^2D_{5/2}$

# Der Einfluß des anregenden Sterns

Ionisation des Nebels durch UV-Photonen

z.B. Lyman-Kontinuum  $\lambda < 912 \text{ \AA}$

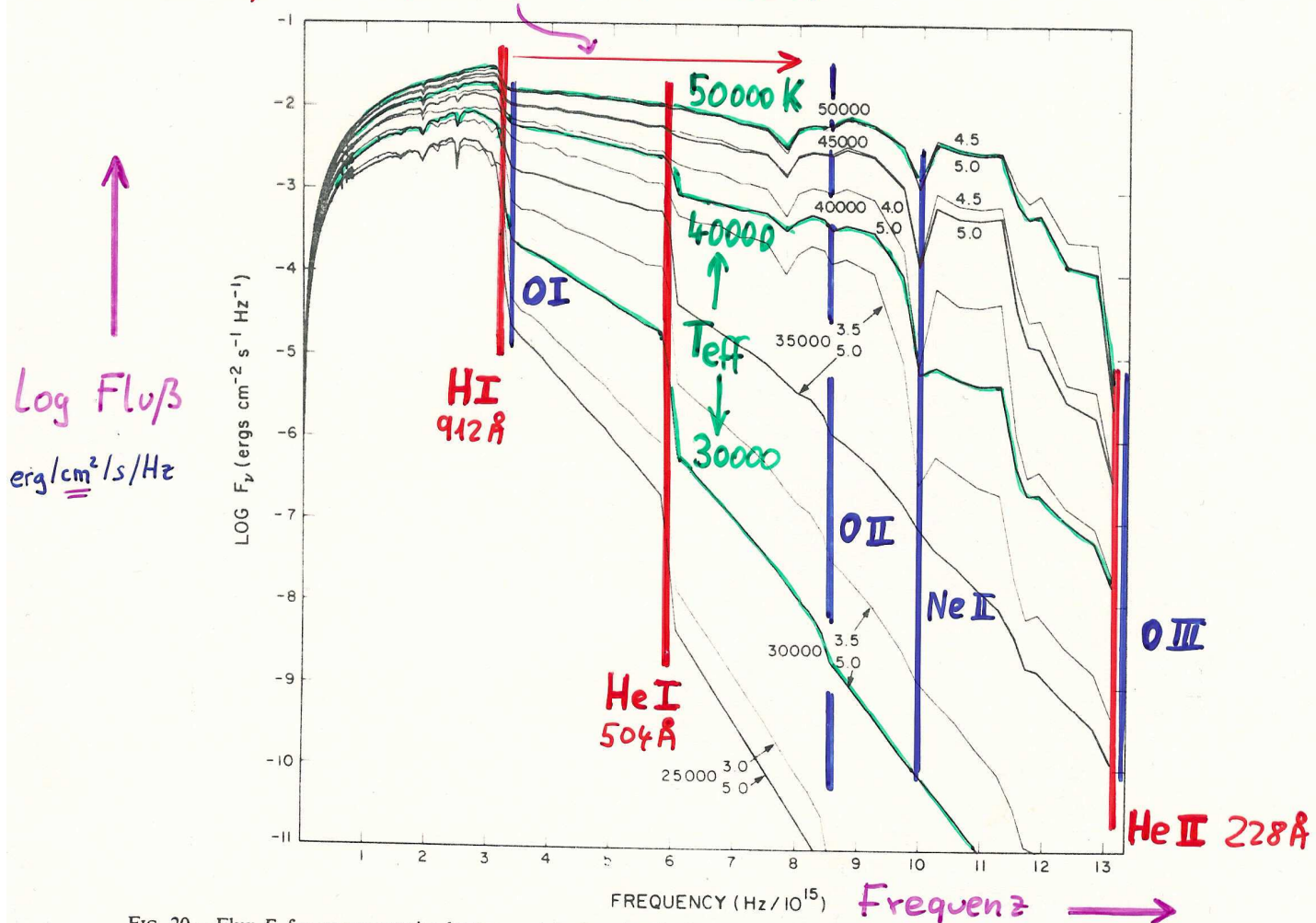


FIG. 20.—Flux  $F_\nu$  for representative hotter models showing the Lyman and He I continua as a function of  $T_{\text{eff}}$  for the extremes of gravity calculated in this grid.

## Modellatmosphären: Kurucz (1979)

- Ionisationsgrad hängt ab vom UV-Fluß [Fkt. ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ )]
- Anregungsklasse des Nebels  $\sim T_{\text{eff}}$  des anregenden Sterns

- geometrische Verdünnung des Strahlungsfeldes

typischer PN: Kugelschale, innerer Rand  $R_i = 0.1 \text{ pc} (\approx 2000 \text{ AU})$

→ geometrische Verdünnung:  $w_g := \pi R_*^2 / 4\pi R_i^2$

≙ Bruchteil des Himmels, den die Sternscheibe (vom PN aus gesehen) einnimmt.



$$\left. \begin{aligned} 1 R_{\odot} &= 6.953 \cdot 10^{10} \text{ cm} \\ 1 \text{ pc} &= 3.084 \cdot 10^{18} \text{ cm} \end{aligned} \right\} 1 \text{ pc} = 4.44 \cdot 10^7 R_{\odot}$$

typischer Zentralsternradius:  $0.1 R_{\odot}$

$$\underline{w_g} = \frac{\pi R_*^2}{4\pi R_i^2} = \frac{\pi (0.1)^2}{4\pi (0.1)^2 \cdot (4.44 \cdot 10^7)^2} = \underline{1 \cdot 10^{-16}}$$

Bedeutung der induzierten Emission durch Sternphotonen:

Induzierte Emission:

$$\eta_{\nu}^I = B_{ul} \frac{h\nu_0}{4\pi} J_{\nu} n_{up} \Psi(\nu)$$

s. Sternatmosphäre

Spontane Emission:

$$\eta_{\nu}^S = A_{ul} \frac{h\nu_0}{4\pi} n_{up} \Psi(\nu)$$

$$\Rightarrow \eta_{\nu}^I / \eta_{\nu}^S = J_{\nu} \cdot B_{ul} / A_{ul}$$

Relation zwischen Einsteinkoeffizienten:  $A_{ul} = B_{ul} \cdot 2h\nu_0^3 / c^2$

$$\eta_{\nu}^I / \eta_{\nu}^S = \frac{c^2}{2h\nu_0^3} J_{\nu} = \frac{\lambda_0^3}{2hc} w_g \cdot F_{\nu}(0)$$

$$J_{\nu} = w_g \cdot F_{\nu}(0)$$

$F_{\nu}(0)$  = "astrophysikalischer" Fluß = spez. Intensität, gemittelt ü. Sternscheibe

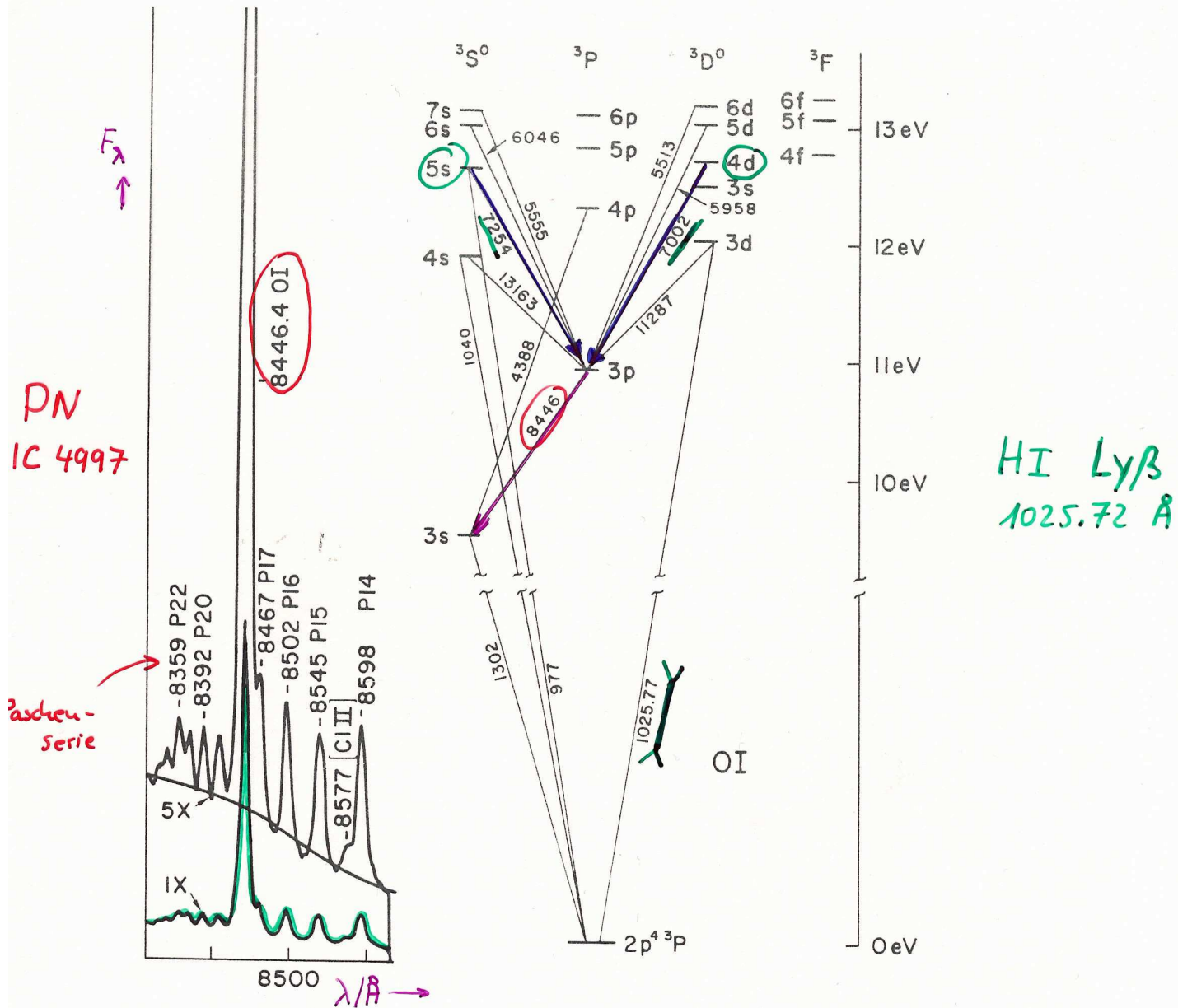
z.B.  $H_{\alpha}$ :  $\lambda_0 = 6563 \text{ \AA}$   $F_{\nu}(0) = 1.7 \cdot 10^{-3} \text{ erg/cm}^2/\text{s/Hz}$

$$\Rightarrow \frac{\eta_{\nu}^I}{\eta_{\nu}^S} = 1.2 \cdot w_g = 10^{-16} \quad !$$





# Komplizierte Fälle : OI 8446 Å



## Anregungsmechanismen:

1. Rekombination
2. Resonanzfluoreszenz mit Ly $\beta$  (in Quasaren)
3. Anregung der höheren Niveaus (z.B.  $5s \ ^3S^0$ ,  $4d \ ^3D^0$ ) durch Absorption von UV-Sternphotonen (in PN, HII-Region)

z.B. Orion: OI - Emission 8446 Å am stärksten nahe der Trapezsterne und 7002, 7254 beobachtet