

Grundideen der allgemeinen Relativitätstheorie

David Moch – La Villa 2006

Inhalt

- Newtons Physik und ihr Versagen
- Einsteins Lösung von Raum und Zeit: Die spezielle Relativitätstheorie
 - Minkowskis Vereinigung von Raum und Zeit
- Gravitation und die Relativitätstheorie: Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie
 - Schwarzschildsche Metrik

Newton's Physik

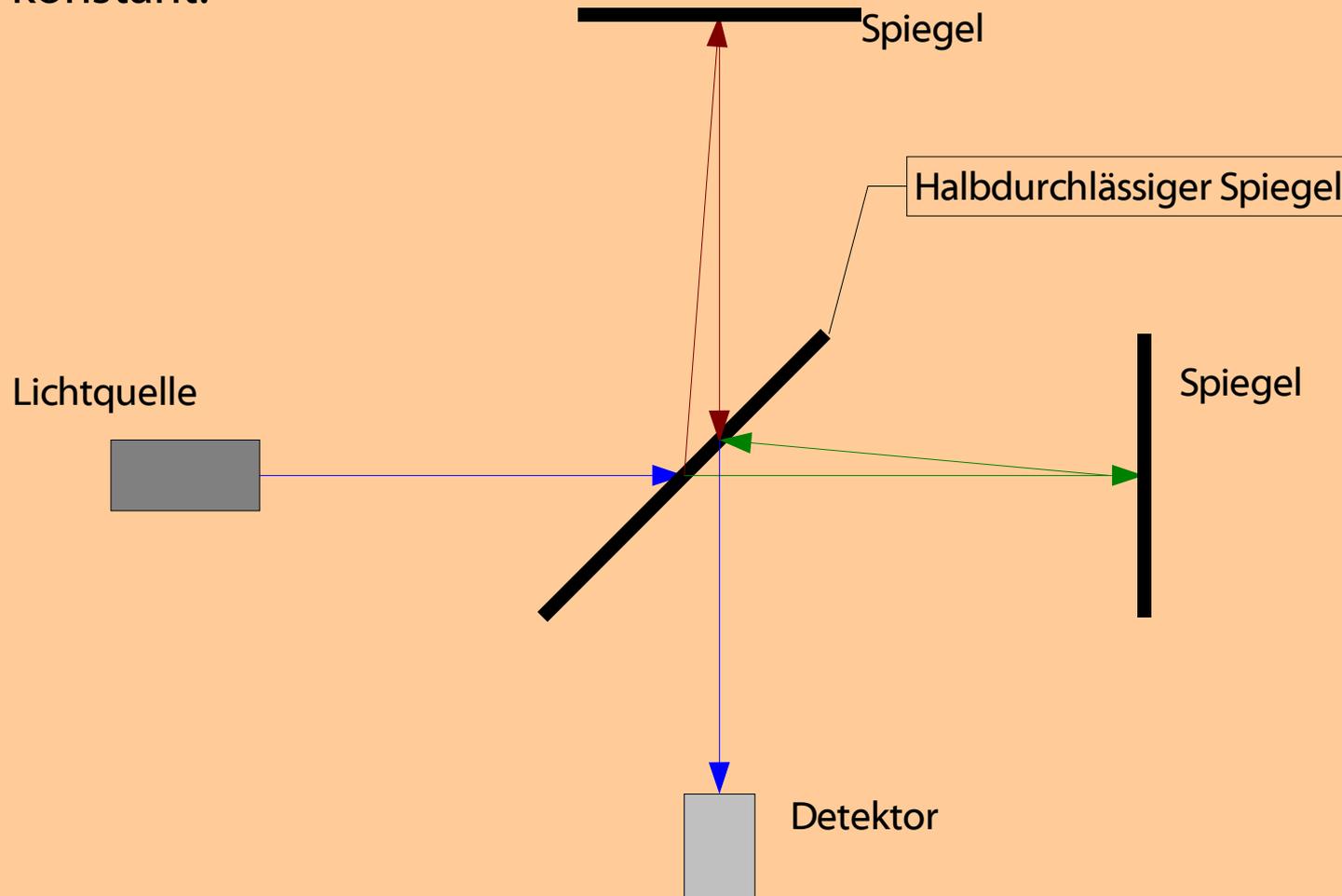
Gegen Ende des 19. Jahrhunderts:

- Newton's Physik „fundamental“
- bis dato erfolgreichste Beschreibung der Physik
- basierend auf den bekannten drei Axiomen
 - Fordert Einführung des *Inertialsystems*, d.h. ruhendes oder gleichförmig bewegtes System
 - Gleichwertigkeit der Inertialsysteme (*Relativitätsprinzip*)
 - Setzt absoluten Raum und absolute Zeit voraus

Aber: Schwere Konflikte mit Newtons Physik!

- Hypothese vom „Lichtäther“
- Anormale Perihelverschiebung des Merkur
- Anomalien der Maxwellgleichungen bei bewegten Beobachtern

- Äther „Ausbreitungsmedium“ für elektromagnetische Felder
 - Äther im *absoluten* Raum in Ruhe: Ausgezeichnetes Bezugssystem
 - Lichtgeschwindigkeit für bewegte Beobachter stets unterschiedlich!
 - Überprüfung durch Albert Michelson 1881: Lichtgeschwindigkeit konstant!



Erneute Überprüfung mit Edward Morley 1887, selbes Ergebnis!

Folgerung: Lichtgeschwindigkeit in allen Bewegungsrichtungen konstant!

Anfang des 20. Jahrhunderts:

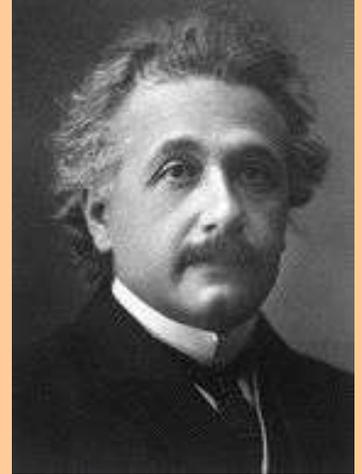
- Risse im Fundament Newtons Physik
- Erste Gedanken zur Längenkontraktion
- Entwicklung der Lorentztransformation 1900

Aber: Noch keine komplette Aufgabe der *absoluten* Zeit!

Albert Einsteins spezielle Relativitätstheorie

- 1905 von Einstein alleine und unabhängig entwickelt
- Ideen vorhanden – aber erst von Einstein zu Ende gedacht
- Wichtigste Forderung:

„Es gibt weder einen absoluten Raum noch eine absolute Zeit und daraus resultierend auch keinen Äther.“



Einsteins Prinzipien

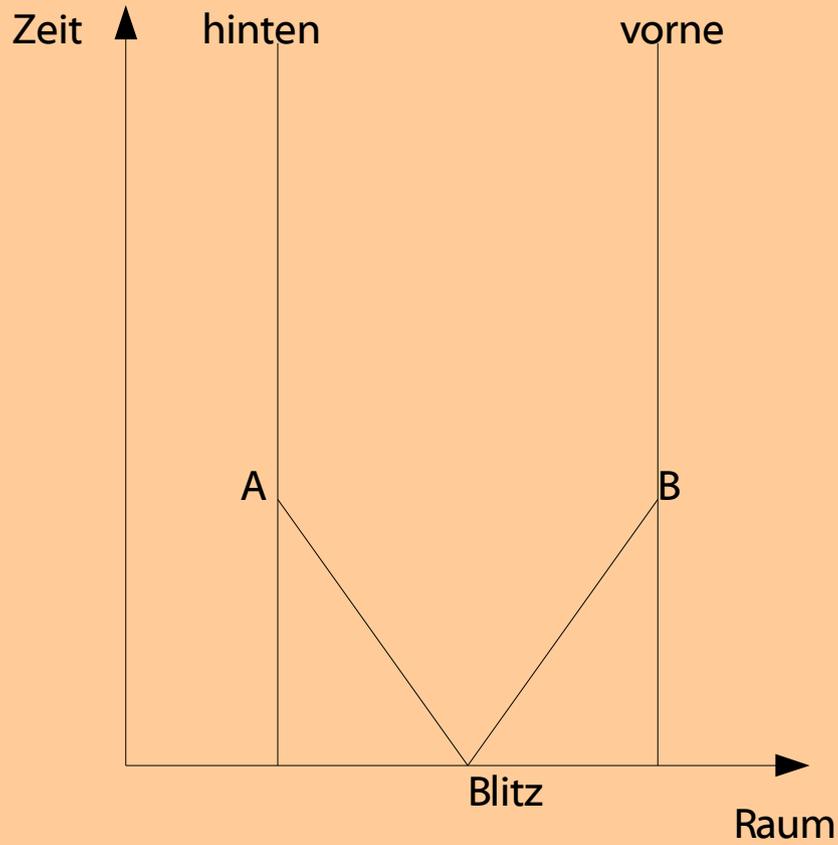
1. Gleichrangigkeit aller Bewegungszustände für physikalische Gesetze
2. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in allen Bewegungszuständen

Folgerungen

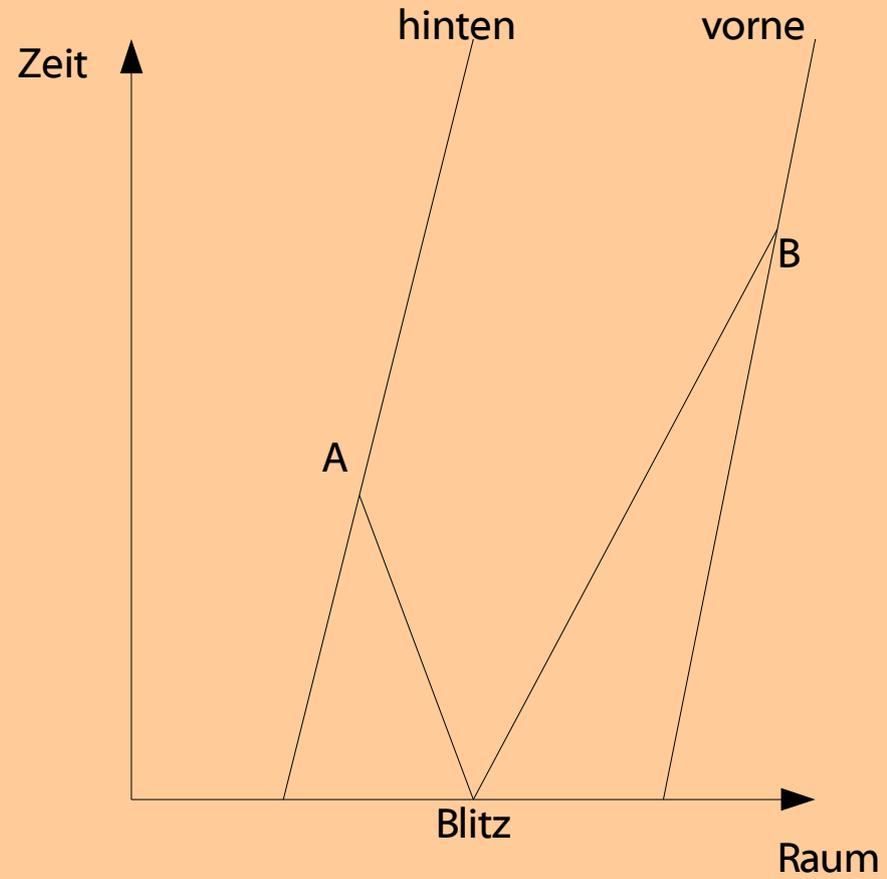
- Kein absoluter Raum
- Kein „ruhender“ Raum
- Gleichwertigkeit aller Bezugssysteme
- Zeitdilatation und Längenkontraktion bewegter System für „ruhende“ Beobachter

Beweisführung für die Vermischung von Raum und Zeit

Im Wagen:



Für externen Beobachter:



- Einfache Beschreibung der SRT durch die *Lorentztransformation*
- Lorentztransformation zwischen Bezugssystem A und B:

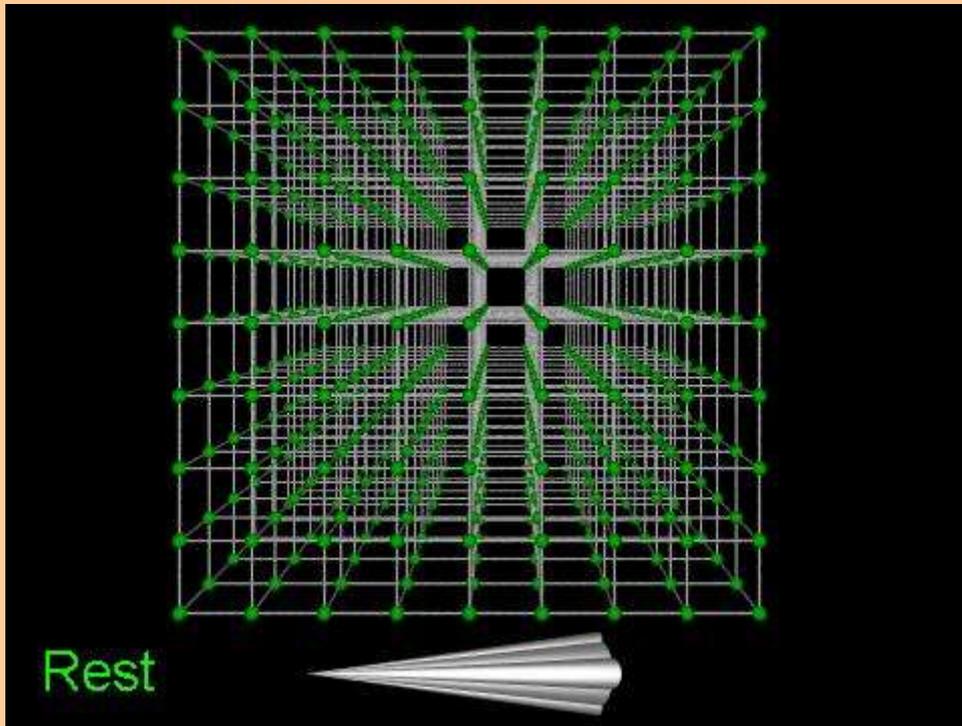
$$x_A = \gamma (x_B + v_B \cdot t_B), \quad y_A = y_B, \quad z_A = z_B$$

$$t_A = \gamma \left(t_B + \frac{v_B \cdot x_B}{c^2} \right) \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v_B}{c}$$

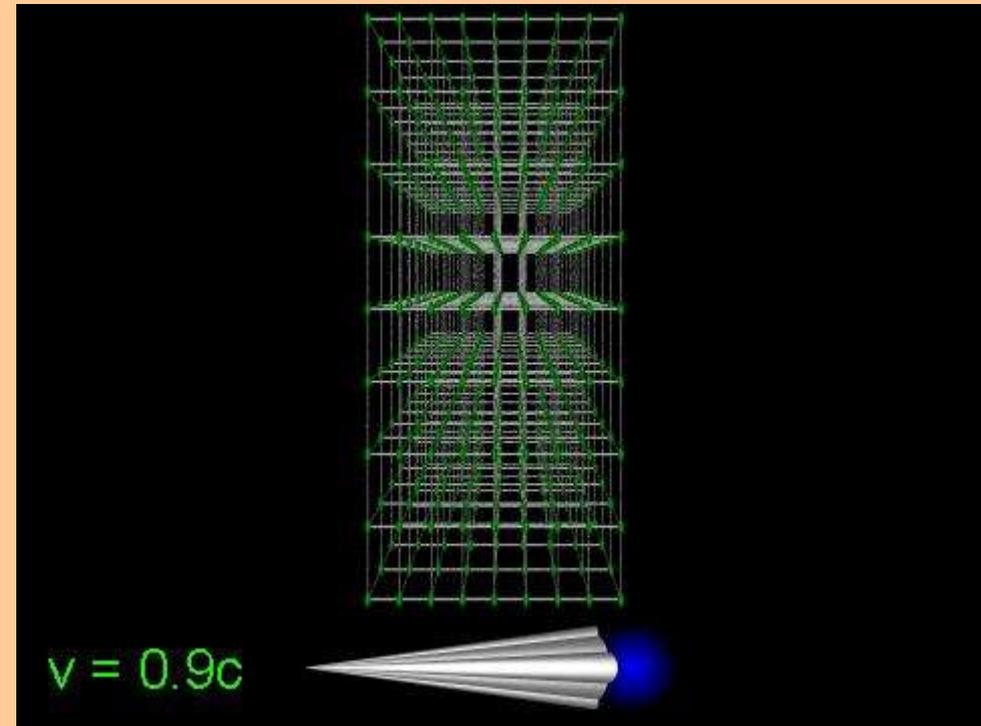
- Für $v \ll c$ Übergang in bekannte Galileitransformation

Beispiel:

Gitter bei Stillstand



Gitter bei $v=0,9c$



- Relativistische Impulse
- Unerreichbarkeit der Lichtgeschwindigkeit für massebehaftete Körper
- Materie als „andere“ Form der Energie:

$$E_0 = mc^2$$

Spezielle Relativitätstheorie neues Metaprinzip der Physik

Spezielle Relativitätstheorie erfolgreich, da:

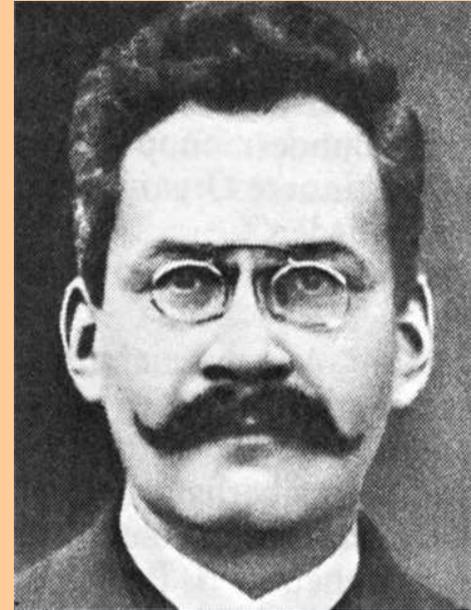
- Gute Erklärung für Michelson-Morley-Experiment
- Maxwellgleichungen erhalten ihre „Schönheit“ wieder
 - Lorentzkontraktion der magnetischen Feldlinien = geschlossene Feldlinien

Aber!

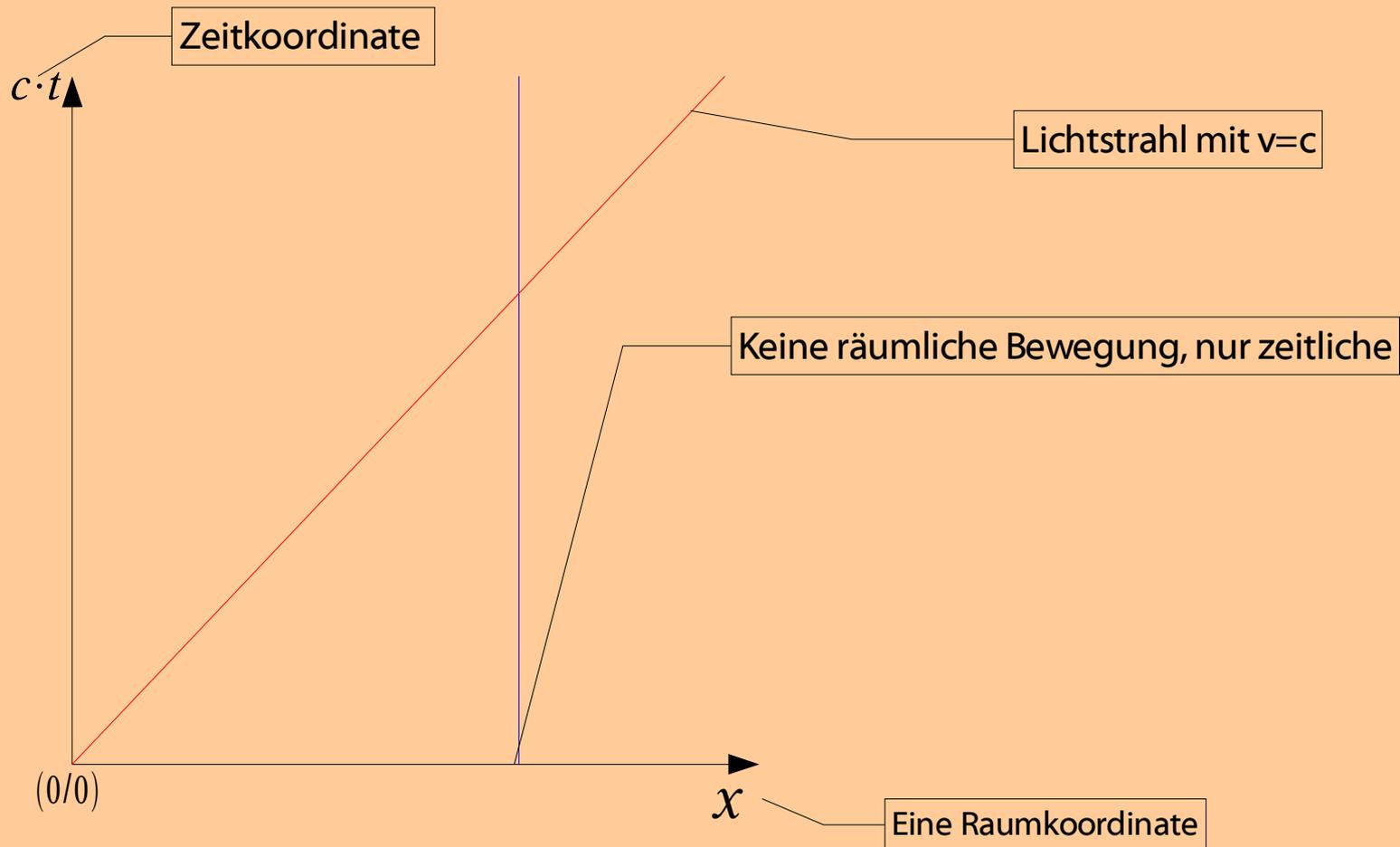
Gilt nur für gravitationsfreie Systeme bzw. sich gleichmäßig bewegende Systeme!

Hermann Minkowskis vierdimensionale Raumzeit

- 1908: Minkowski vereinheitlicht Raum und Zeit zur vierdimensionalen Raumzeit
- Gelungene mathematische Formulierung der SRT
- Anfängliche Ablehnung Einsteins



- Minkowskis Raumzeit *nicht* relativ, sondern *absolut*
- Minkowskis Raumzeit vierdimensional, drei Ortskoordinaten, eine Zeitkoordinate
 - Raumzeit nicht mehr euklidisch!
- Darstellbar durch Raum-Zeit-Diagramme:



Wichtige Folgerungen:

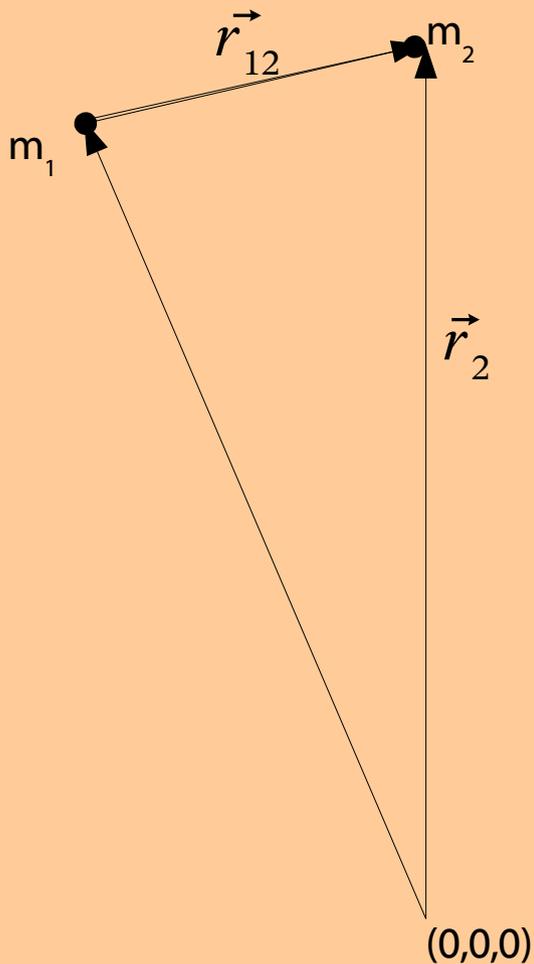
- Ereignisse in der Raumzeit analog zu Punkten im Raum
- Absoluter Abstand zwischen Raumzeit-Ereignissen
- Raumzeit *reales* Gebilde mit Eigenschaften, die *nicht* von Bewegungen des Beobachters abhängen

Newton's Gravitationsgesetz:

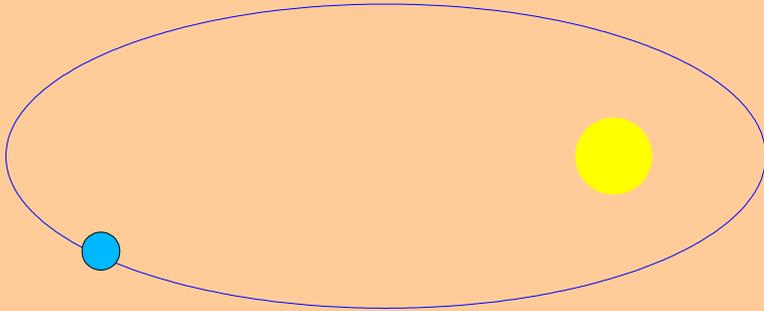
„Alle Massenpunkte üben aufeinander eine entlang ihrer Verbindungslinie wirkende Kraft aus“

$$\vec{F}_{12} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$$

mit: $G \approx 6,674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{(\text{kg} \cdot \text{s}^2)}$ (Gravitationskonstante)

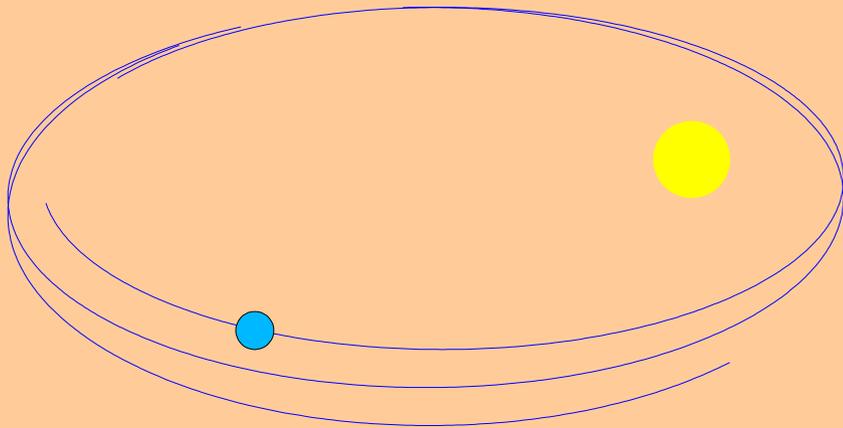


Planetenbewegung nach Kepler



„Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen mit der Sonne im Brennpunkt“

Problem: Perihelbewegung des Merkur, keine geschlossene Ellipse



Weiteres Problem der Newtonschen Gravitationsphysik:

- Gravitationskraft hängt von *Entfernung* zwischen den Körpern ab
- Entfernung aber relativ, da unterschiedliche Bezugssysteme!
- Newton setzt aber bevorzugtes Bezugssystem voraus, um Entfernungen zu messen
- Widerspruch zu Relativitätstheorie

Der Weg zur Allgemeinen Relativitätstheorie

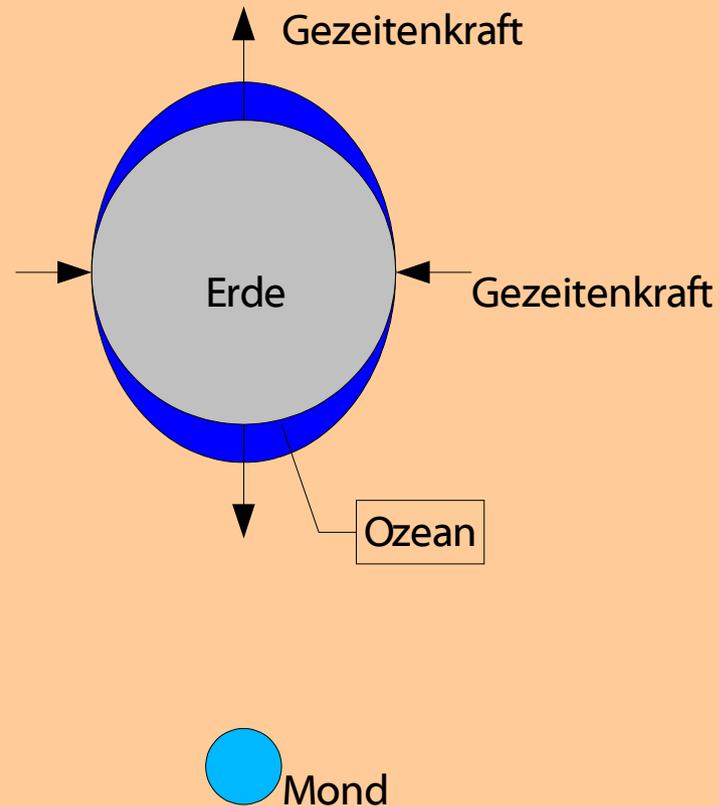
Einführung des *Äquivalenzprinzips* nach Einstein:

- *Kleine, freifallende* Bezugssysteme äquivalent zu *gravitationsfreien* Bezugssystemen

Gravitationsbedingte Zeitdilatation:

- Uhren in einem Gravitationsfeld fließen für externe Beobachter *langsamer*, je näher sie der Gravitationsquelle sind

- Aber: Äquivalenzprinzip gilt nur für *kleine* Bezugssysteme
- Bei *größeren* Bezugssystemen treten Gezeitenkräfte auf



Problem:

Newtons Gravitationsgesetz erklärt Gezeitenkräfte – widerspricht aber der SRT

- Erste Erklärungsversuche Einsteins:

„Raum flach – Zeit gekrümmt bzw. verzerrt“ -

→ Widerspruch zur SRT

- Aufgabe dieser Idee, stattdessen:

„Raum *und* Zeit für jeden Beobachter gekrümmt“

→ Unendlich viele gekrümmte Räume und Zeiten

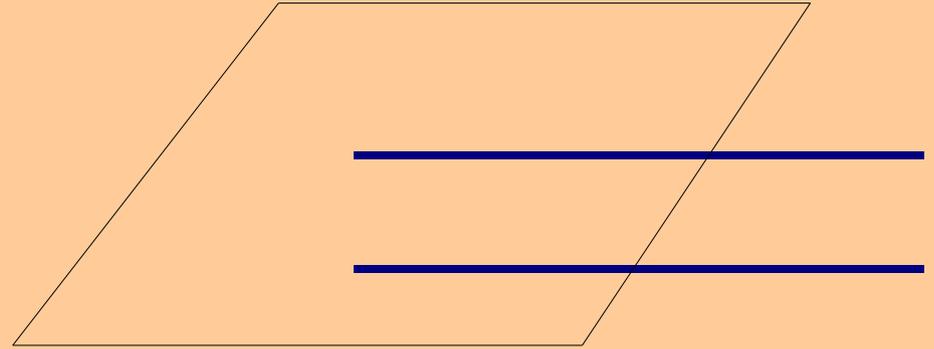
→ Vereinfachung von Minkowski: Vierdimensionale Raumzeit

→ Krümmung von Raum und Zeit Krümmung der absoluten Raumzeit!

Raum-Zeit-Krümmung

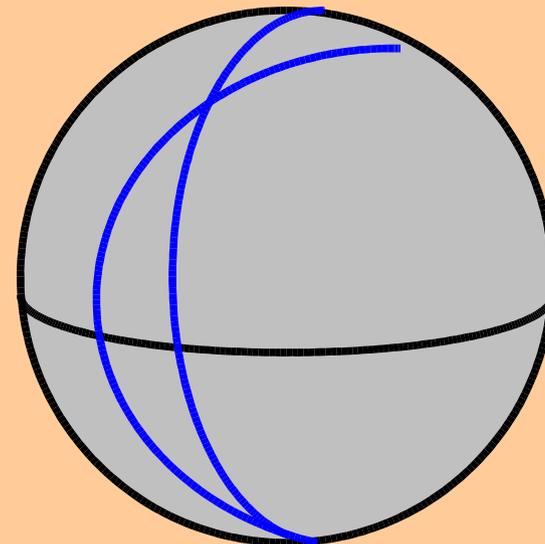
Flacher Raum:

→ Parallele Geraden schneiden sich nie



Gekrümmter Raum:

→ Geraden schneiden sich immer



- In der Speziellen Relativitätstheorie:
 - Raumzeit flach – gleichmäßige, unbeschleunigte Bewegung aller Teilchen entlang Geraden („geodätische Linie, Geodäte“) in der Raumzeit
- Mit dem Äquivalenzprinzip folgt:
 - Freifallende Teilchen bewegen sich ebenfalls entlang einer Geodäte in der Raumzeit!
- Folgerung:
 - Schneiden sich die Geodäten in der Raumzeit, muss diese gekrümmt sein!
 - Gezeitenkräfte und Raumzeit-Krümmung gleiche Beschreibung für dasselbe Problem!

Bedeutende letzte Fragen:

- Wer krümmt die Raumzeit?
- Wie wird die Raumzeit gekrümmt?
- Wie sieht die Krümmung im einzelnen aus?

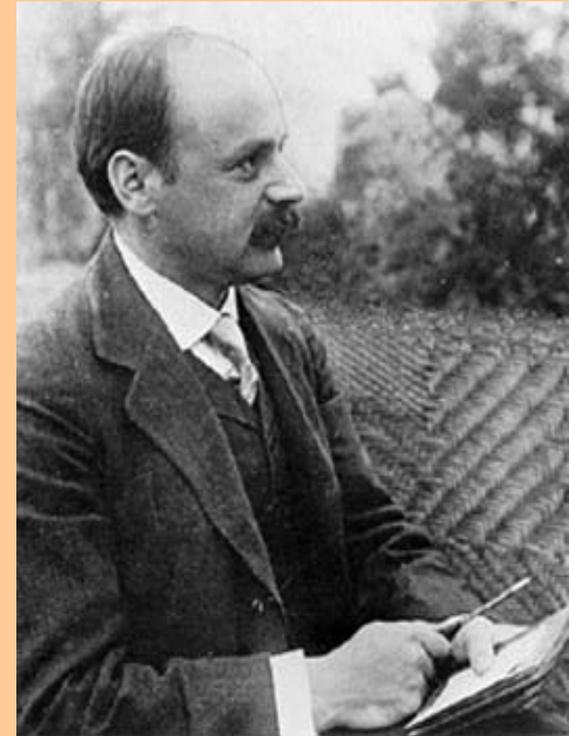
- Letztlich Lösung durch David Hilbert (20.11.1915) und Albert Einstein (25.11.1915)
- Hilberts Lösung mathematischer Form, Einstein eher über empirischen Weg
- Beschreibung der Raumzeit-Krümmung durch die Einsteinsche Feldgleichung

Einsteins Feldgleichung

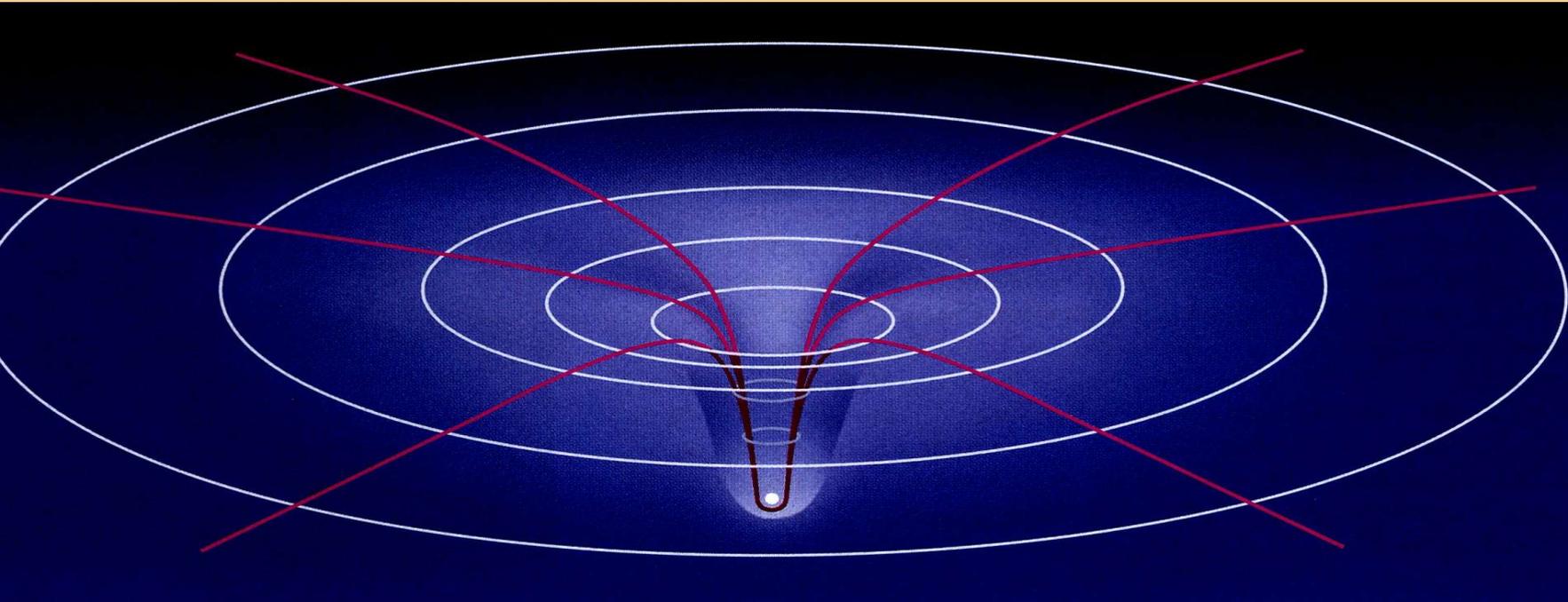
- Krümmung der Raumzeit wird durch Masse und Druck verursacht
 - Druck i.d.R. unerheblich, Ausnahme: Neutronensterne
 - Geodätische Linien freifallender Teilchen laufen entlang einer Achse zusammen:
 - Krümmung positiv
 - Geodätische Linien freifallender Teilchen laufen entlang einer Achse auseinander:
 - Krümmung negativ
- „Summe der Krümmungen entlang der drei Achsen ist proportional der Massendichte plus dem Druck der Materie in der Umgebung eines Teilchens“
- Einsteins Feldgleichung gehorcht dem Relativitätsprinzip!

Schwarzschildsche-Metrik

- Erste Lösung der Feldgleichung durch Karl Schwarzschild 1916
- Beschreibung der Gravitation außerhalb eines nichtrotierenden, sphärischen Objekts
- Gute Approximation für das Sonnensystem
- Erklärt Perihelbewegung des Merkur



- Schwarzschild-Metrik beschreibt gravitationsbedingte Zeitdilatation um Sterne
 - Auf Sonnenoberfläche Zeit ca. 64 s langsamer pro Jahr als weit außerhalb
 - Gravitationsbedingte Rotverschiebung des Lichts
 - Krümmung der Raumzeit und Rotverschiebung stärker, je kompakter der Stern
- Starke Krümmung von Lichtbahnen um einen Stern
- Gravitation steigt in Schwarzschild-Metrik stärker an als bei Newton



- Schwarzschildradius:

$$r_s = 2 \frac{GM}{c^2}$$

- Stern mit kritischem Umfang so genanntes „Schwarzschild'sches Schwarzes Loch“
 - *Ereignishorizont*
- Keine Entweichmöglichkeit für Licht
 - *Unendliche Rotverschiebung*

Aber: Jahrzehnte lang Ablehnung der Schwarzschild-Singularitäten, auch durch Einstein oder Eddington!

Quellen

- Thorne, Kip S.: *Gekrümmter Raum und verbogene Zeit: Einsteins Vermächtnis*, Knauer 1994
- Begelmann, Mitchell & Rees, Martin: *Schwarze Löcher im Kosmos*, Spektrum Akademischer Verlag 2000
- Abbildungen:
 - Wikipedia: www.wikipedia.de
 - Begelmann & Rees, Kapitel 1, Abb. 1.4