

Das Standardmodell der Kosmologie

Scheinseminar Astro- und Teilchenphysik SoSe 2010

Stefan Fryska

10.06.2010



Gliederung

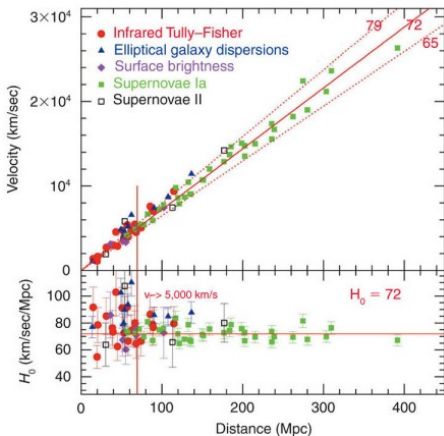
1. Umbruch: erste Hinweise auf nicht statisches Universum
2. Theoretische Beschreibung eines dynamischen Universums
3. Experimentelle Bestimmung der kosmologischen Parameter
4. Jenseits des Standardmodells: offene Fragen



Einstein schafft theoretische Grundlage

- Dominierende Kraft im Universum ist **Gravitation**
- Einstein wendet seine **ART** auf Universum an
- Lösungen der Feldgleichungen sprechen für **dynamischen Kosmos**
- Damals: Widerspruch zu Beobachtungen
- Einstein führt **kosmologische Konstante Λ** ein

Hubble beobachtet die Expansion des Universums



Hubble-Diagramm, Quelle: <http://www.ifa.hawaii.edu>

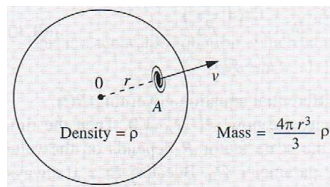
Hubble-Diagramm

- Beobachtung: Rotverschiebung $z \sim D$
 - Interpretation mit Dopplereffekt für $v \ll c$
- **Hubble Gesetz** für kleine Rotverschiebungen

$$v = H_0 D$$

Herleitung der Expansionsgleichung

- Grundlegende Beobachtungen: **homogenes, isotropes** Universum
- **einfaches Modell**: Kugel mit radialer Expansion und räumlich homogener Dichte



Modell des Universums zur Beschreibung der Expansion, *Quelle: Karttunen/Kröger: Fundamental Astronomy*

Herleitung der Expansionsgleichung

Dynamik der Expansion:

- Kugelschale mit Radius x zur Zeit t_0
- entsprechend einem Radius $r(t) = a(t)x$ für beliebiges t
- $a(t)$: **Skalenfaktor**, x : mitbewegte Koordinate
- $M(x)$: Masse die von mitbewegter Kugelschale eingeschlossen wird ist zeitlich konstant
- Gravitationsbeschl. eines Teilchens auf dieser Kugelschale: $GM(x)/r^2$

$$\rightarrow \ddot{r}(t) = -\frac{GM(x)}{r^2} = -\frac{4\pi G}{3} \frac{\rho_0 x^3}{r^2} = -\frac{4\pi G}{3} \frac{\rho(t)r^3(t)}{r^2}$$

$$\Rightarrow \ddot{a}(t) = -\frac{4\pi G}{3} \rho(t)a(t)$$

Herleitung der Expansionsgleichung

Modifikationen durch die ART:

- Alle Energieformen berücksichtigen: **Materiedichte** ρ_m
 - Masse krümmt den Raum: **Krümmung** K
 - Vakuum hat Energie: **kosmologische Konstante** Λ
 - Raum selbst expandiert
- Rotverschiebung ist **kein** Doppler-Effekt mehr sondern kommt von Änderung des Skalenfaktors $a(t)$



Herleitung der Expansionsgleichung

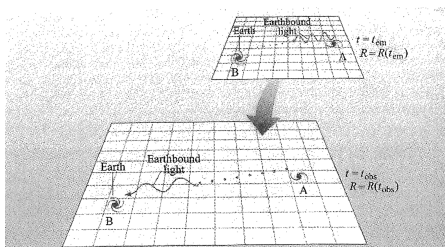
Die Friedmann-Expansionsgleichung

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_m - \frac{Kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

hat je nach Wahl von ρ_m , K und Λ als Lösungen verschiedene **homogene, isotrope Weltmodelle**.

Expansionsrate:

$$H(t) := \frac{\dot{a}}{a}$$



Änderung des Skalenfaktors, Quelle:

Karttunen/Kröger: *Fundamental Astronomy*

Lösungen der Expansionsgleichung für $\Lambda = 0$ Annahme: $\Lambda = 0$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2(t) = \frac{8\pi G}{3} \rho_m - \frac{Kc^2}{a^2}$$

Auflösen nach K

$$K = \frac{a^2}{c} \left(\frac{8\pi G}{3} \rho_m - H_0^2 \right)$$

Ergebnis: **Krümmung** K ist nur abhängig von **Materiedichte** ρ_m

Lösungen der Expansionsgleichung für $\Lambda = 0$

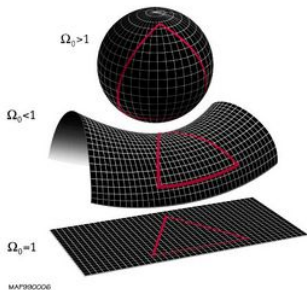
Setzt man die **Krümmung** des Universums $K = 0$

$$\implies \rho_{cr} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{und} \quad \Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_{cr}}$$

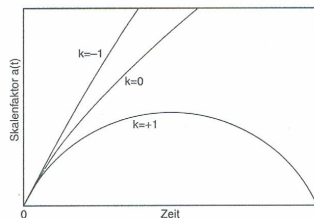
Damit lassen sich Aussagen über das **Expansionsverhalten** des Universums in Abh. der Parameter K bzw. Ω_m treffen:

- $\Omega_m > 1 \implies K > 0 \implies$ Universum **geschlossen**
- $\Omega_m = 1 \implies K = 0 \implies$ Universum **flach**
- $\Omega_m < 1 \implies K < 0 \implies$ Universum **offen**

Lösungen der Expansionsgleichung für $\Lambda = 0$



Zwei-dimensionale Analoga der Raumkrümmungen, *Quelle:* <http://meaulnes.legler.org>



Zeitliche Entwicklung des Skalenfaktors, *Quelle:* Peter Schneider: *Extragalaktische Astronomie und Kosmologie*

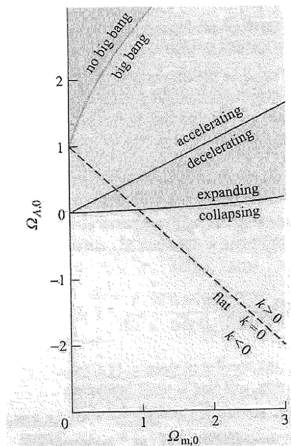
- $\Omega_m > 1$ bzw. $K > 0$: Es kommt zu “Big Crunch”
- $\Omega_m \leq 1$ bzw. $K \leq 0$: Universum **expandiert ewig**

Lösungen der Expansionsgleichung für $\Lambda \neq 0$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_m - \frac{Kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

mit den Parametern für **Materiedichte**, **Vakuumsenergiedichte** und **Krümmung**

- vorher mit $\Lambda = 0$: je nach Dichte des gravitativen Materials Ω_m
- **ewige Expansion** oder **Kollaps**
- jetzt mit $\Lambda \neq 0$: es gibt Ω_Λ als "Gegenspieler" zu Ω_m
- Expansionsverhalten **komplizierter**

Lösungen der Expansionsgleichung für $\Lambda \neq 0$ 

Entwicklung des Universums, Quelle:
Karttunen/Kröger: *Fundamental Astronomy*

Expansionsverhalten für $\Omega_\Lambda > 1$

- Ω_m klein: **kein Urknall**
- Ω_m groß: Urknall

Expansionsverhalten für $0 < \Omega_\Lambda < 1$

- Ω_m klein: **beschl. Expansion**
- Ω_m groß: abgebremste Expansion
- Ω_m sehr groß: Big Crunch

Expansionsverhalten für $\Omega_\Lambda < 0$

- negative kosmologische Konstante Λ würde gravitative Wirkung von Ω_m unterstützen

→ **Kollaps**

Zusammenfassung des Teorieteils

- Ausgangspunkt für Modelle ist **homogene Kugel** die expandiert
 - Dynamik der Expansion wird beschrieben durch Newtons Gravitationsgesetz
 - Verallgemeinerung auf ART durch ρ_m , K und Λ
- **Friedmann-Expansionsgleichung**
- Entscheidend für die Lösungen dieser Gleichung sind die kosmologischen Parameter Ω_m und Ω_Λ
 - Dabei führen bestimmte Werte der Parameter zu bestimmten **homogenen, isotropen Weltmodellen**

Prüfstein jeder Theorie: Experiment

Fragen die durch Beobachtungen beantwortet werden müssen um richtiges Modell herauszufiltern:

- Genug Materie damit Universum **geschlossen**?
- Ist die Expansion **beschleunigt**?
- Ist Universum **gekrümmt**?

→ Durch Messgrößen aus Beobachtungen auf Ω_m , Ω_Λ und damit verbunden Ω_K schließen.



Methoden zur Bestimmung der Parameter

3.1 Rotverschiebung von **Galaxienhaufen** messen

→ Bestimmung von Ω_m möglich

3.2 Rotverschiebung von **Supernovae** messen

→ Bestimmung von Ω_Λ möglich

3.3 Rotverschiebung von **CMB** messen

→ Bestimmung von Ω_K möglich

3.1 Rotverschiebung von Galaxienhaufen messen

im Thermodynamischen Gleichgewicht gilt **Virialtheorem**:

$$E_{kin} = -\frac{E_{pot}}{2}$$

- Gleichverteilung der Geschw.: $\langle v^2 \rangle = 3\langle v_r^2 \rangle \implies E_{kin} = \frac{1}{2} \sum_i m_i \vec{v}_i^2 = \frac{3}{2} M \langle v_r^2 \rangle$
- kugelsymmetrischer Cluster mit Radius $R_{cl} \implies E_{pot} = \frac{GM^2}{R_{cl}}$

$$M = \frac{3}{G} \langle v_r^2 \rangle R_{cl}$$

\implies **Materiedichteparameter: $\Omega_m \approx 0.25$**

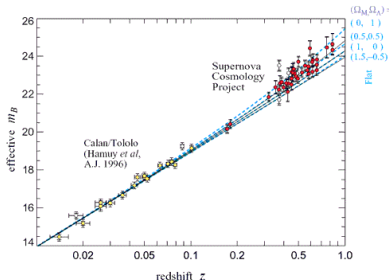


3.2 Rotverschiebung von Supernovae messen

Helligkeit: durch Messung von Fluss einer Quelle mit bekannter Luminosität

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Beobachtung: gemessener Fluss bzw. Helligkeiten von weit entfernten Quellen sind kleiner als erwartet \implies d also größer



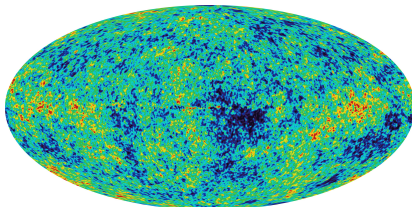
3.2 Rotverschiebung von Supernovae messen

Ergebnis der Supernovae Messungen:

- weit entfernte SNe erscheinen **dunkler** als erwartet und sind damit **weiter weg** als angenommen
- Expansion scheint **beschleunigt** zu sein
- vermutete Ursache: **Vakuumsenergie** mit negativem Druck
⇒ **Vakuumsenergiedichteparameter**: $\Omega_\Lambda \approx 0.75$

3.3 Rotverschiebung des CMB messen

- **rote Bereiche:** höhere Dichte, höhere Temperatur, stärkere Rotverschiebung
- **blaue Bereiche:** kleinere Dichte, niedrigere Temperatur, schwächere Rotverschiebung
- **Ursache:** Bereiche mit mehr dunkler Materie führen zu Oszillationen von Materie und Strahlung
- Photonen des CMB liefern **Momentaufnahme** der Dichteverteilung von Materie und Strahlung zum Zeitpunkt der **Entkopplung**

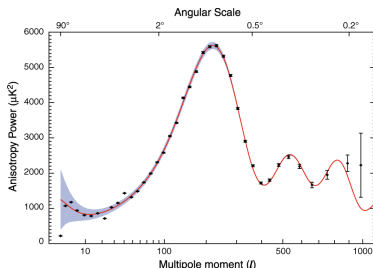


Winkelauflösung mit WMAP, *Quelle: homepages.spa.umn.edu*

3.3 Rotverschiebung des CMB messen

Leistungsspektrum: Fluktuationen der CMB Temperatur bzw. der Materiedichte als Funktion der Winkelverteilung

→ große Fluktuationen auf kleinen Winkelbereichen



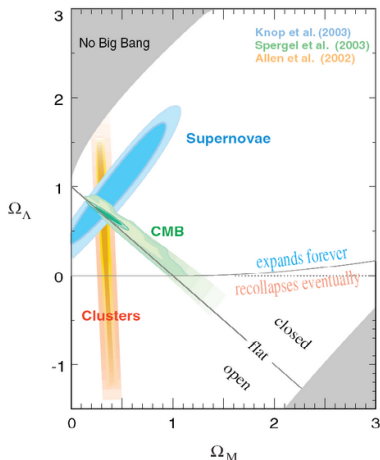
Anisotropie der CMB Temperatur, *Quelle:*
<http://map.gsfc.nasa.gov>

Peaks

- Dichte-Fluktuationen mit maximaler Amplitude beim Entkoppeln
- Lage und Stärke der Peaks hängen von kosmologischen Parametern Ω_m , Ω_Λ und Ω_K ab

$$\Rightarrow \Omega_m + \Omega_\Lambda \approx 1 \text{ bzw. Krümmung } \Omega_K \approx 0$$

Zusammenfassung der Beobachtungen



Zusammenfassung

- Cluster: $\Omega_m \approx 0.25$
offenes Universum das ewig expandiert
- Supernovae: $\Omega_\Lambda \approx 0.75$
beschleunigte Expansion
- CMB: $K \approx 0$
flaches Universum

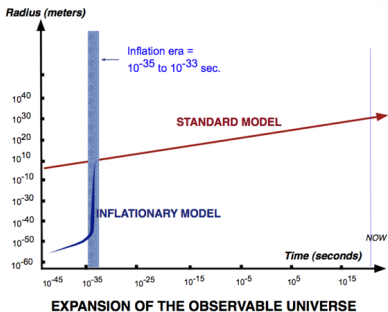
Eingrenzung der Modelle durch Beobachtungen,
Quelle: Peter Schneider: *Extragalaktische
Astronomie und Kosmologie*

Zwei Probleme des Standardmodells

- **Horizont-Problem:** Warum ist CMB so isotrop, also die Temperatur nahezu überall gleich?
 - c endlich: die CMB-Strahlung aus Gebieten die mehr als ein Grad voneinander getrennt sind dürfte nicht in kausalem Kontakt miteinander gestanden haben bei Entkopplung
- **Problem der Flachheit:** Warum war der Dichteparameter $\Omega_m + \Omega_\Lambda$ bei $z \sim 10^{10}$ so nahe bei 1?
 - wäre $\Omega_m + \Omega_\Lambda$ nicht so nahe bei 1 wäre das Universums schon lange wieder rekollabiert oder hätte sich deutlich stärker ausgedehnt

Lösung der Probleme durch die Inflation

Annahme: kurz nach Big Bang war **Vakuumsenergiedichte Ω_Λ** dominant



inflationäre Phase, *Quelle: archive.ncsa.illinois.edu*

exponentielle Expansion

$$a(t) = C \cdot \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right)$$

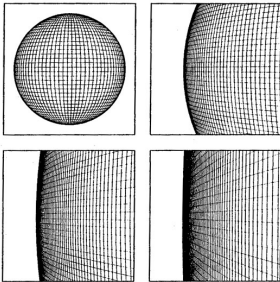
- nach Phasenübergang der **Vakuumsenergiedichte** in Materie und Strahlung
- **Friedmann-Entwicklung**

Lösung der Probleme durch die Inflation

Lösung des Horizont-Problems

- Gesamtes sichtbares Universum war vor Inflation in kausalem Kontakt
- damit ist die Isotropie des CMB gewährleistet

Lösung des Problems der Flachheit



Raumkrümmung wird geglättet, *Quelle:*
nedwww.ipac.caltech.edu

flaches Universum

- während inflationärer Phase $\Omega_\Lambda \approx 1$
- da am Ende der Inflation Ω_Λ dominant
- $\Omega_m + \Omega_\Lambda \approx 1$ bzw. $K \approx 0$
- **Krümmung** wird "weggeglättet"

Quellen:

- P. Schneider, Extragalaktische Astronomie und Kosmologie, Springer Verlag 2008
- A. Unsöld/B. Baschek, Der neue Kosmos, Springer Verlag 2005
- H. Karttunen/P. Kröger, Fundamental Astronomy, Springer Verlag 2007
- N. A. Bahcall, The Cosmic Triangle: Revealing the State of the Universe, Science 1999