



Die folgende Zusammenstellung nützlicher Formeln soll zur Vorbereitung auf die Vorlesungsklausur helfen. Eine Erklärung der dabei benutzten Symbole findet sich auf den Folien zur Vorlesung. Obwohl die Zahlenwerte aller physikalischen Konstanten in der Klausur angegeben werden, ist es dennoch wichtig, zumindest ein Gefühl für typische Größenordnungen zu haben. Dazu sollen die hier und auf den Vorlesungsfolien angegebenen Zahlenwerte helfen.

1 Gravitation

1.1 Ellipsen

Exzentrizität:

$$e = \frac{\text{Entfernung Ellipsenzentrum - Brennpunkt}}{\text{große Halbachse}} = \frac{d}{a}$$

Perihel- und Aphel-Entfernungen:

$$d_{\text{perihel}} = a(1 - e) \quad \text{und} \quad d_{\text{aphel}} = a(1 + e)$$

1.2 Gravitation

Newton'sches Gravitationsgesetz:

$$F_{\text{grav}} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Gravitationskonstante:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

Schwerpunkt:

$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$

Zentrifugalkraft auf einer Kreisbahn:

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{P^2}$$

Newton's Form von Keplers 3. Gesetz (hier ist es wichtig, auch die Herleitung zu kennen, zumindest für $m_2 \rightarrow 0$):

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

2 Eigenschaften der Planeten

Typische Dichten terrestrischer und jupiterähnlicher Planeten:

$$\langle \rho \rangle_{\text{terr.}} \sim 5.5 \text{ g cm}^{-3} \quad \langle \rho \rangle_{\text{gas}} \sim 1.2 \text{ g cm}^{-3}$$

Typische Massen:

$$\bullet M_{\text{Erde}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg} \quad \bullet M_{\text{Jupiter}} = 318 M_{\text{Erde}}$$

Astronomische Einheit (Erde - Sonne):

$$1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km}$$

Bahnradien im Sonnensystem:

- Merkur: 0.4 AU
- Venus: 0.72 AU
- Mars: 1.5 AU
- Jupiter: 5 AU
- Saturn: 10 AU
- Uranus: 19 AU
- Neptun: 30 AU

Aufbau der isothermen Atmosphäre:

$$P(h) = P_0 \exp\left(-\frac{\mu g}{kT} \cdot h\right) = P_0 \exp\left(-\frac{h}{H}\right)$$

3 Eigenschaften von Sternen

3.1 Entfernungen

Winkelabstand für kleine Winkel:

$$\theta = \frac{r}{d}$$

Parallaxenwinkel:

$$p = \frac{1 \text{ AU}}{d} = \frac{1''}{d/1 \text{ pc}}$$

Parsec:

$$1 \text{ pc} = 206264 \text{ AU} = 3 \times 10^{16} \text{ m} = 3.26 \text{ Lichtjahre}$$

3.2 Raumgeschwindigkeit

Eigenbewegung μ = Positionsänderung pro Jahr (mas/yr):

Komponenten: μ_α, μ_δ (N.b. $|\mu| = \sqrt{\mu_\alpha^2 \cos^2 \delta + \mu_\delta^2}$)

Transversalgeschwindigkeit:

$$v_{\text{trans}} = d \times \mu$$

Raumgeschwindigkeit:

$$v = v_{\text{rad}} + v_{\text{trans}} \quad |v|^2 = v_{\text{rad}}^2 + v_{\text{trans}}^2$$

v_{rad} = Radialgeschwindigkeit (Dopplereffekt)

3.3 Magnituden und Leuchtkraft L

Fluß F:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Scheinbare Helligkeit:

$$m_{V,2} - m_{V,1} = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_{V,2}}{F_{V,1}} \right)$$

Hellster Stern: Sirius: $m_V = -1.4 \text{ mag}$

Schwächste mit dem Augen sichtbare Sterne: $m_V \sim 6 \text{ mag}$

Absolute Helligkeit M_V :

Magnitude, die ein Objekt bei einer Entfernung von $d = 10 \text{ pc}$ haben würde

Entfernungsmodul:

$$m_V - M_V = 2.5 \log_{10} \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right)^2 = 5 \log_{10} d - 5$$

Leuchtkraft L und Effektivtemperatur T_{eff} :

$$L = 4\pi R^2 \sigma_B T_{\text{eff}}^4$$

σ_B Konstante des Boltzmannschen Strahlungsgesetzes, R =Sternradius

3.4 Sternaufbau

Typische "solare Häufigkeiten" (Massenprozent):

- 75% Hydrogen,
- 24% Helium,
- 1% "Metalle"

Ideales Gasgesetz:

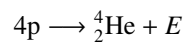
$$P = nkT = \frac{k\rho}{\mu m_p} T$$

Masse-Leuchtkraft-Beziehung für die Hauptreihe (solare Einheiten):

$$L \propto M^{4.0} \dots \text{für } \dots M > 0.43$$

$$L \propto M^{2.3} \dots \text{für } \dots M < 0.43$$

Energieerzeugung:



Ruheenergie:

$$E = mc^2$$

Energieeinheiten:

$$1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$$

3.5 Typische Zahlenwerte

Eigenschaften der Sonne:

$$\begin{array}{ll} M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg} & L_{\odot} = 3.90 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1} \\ R_{\odot} = 700000 \text{ km} & T_{\text{eff}} = 5800 \text{ K} \\ m_V = -26.8 \text{ mag} & M_V = 4.87 \text{ mag} \end{array}$$

Eigenschaften der Hauptreihensterne:

$$\begin{array}{lll} 0.001 \lesssim L/L_{\odot} & \lesssim 10^6 \\ 0.1 \lesssim M/M_{\odot} & \lesssim 100 \\ -7 \text{ mag} \lesssim M_V & \lesssim +13 \text{ mag} \\ 3000 \text{ K} \lesssim T_{\text{eff}} & \lesssim 50000 \text{ K} \end{array}$$

4 Strahlung

Energie von Photonen:

$$E = h\nu = hc/\lambda$$

Nichtrelativistischer Doppler-Effekt:

$$\frac{\lambda_{\text{observed}} - \lambda_{\text{emitted}}}{\lambda_{\text{emitted}}} = \frac{v}{c}$$

Stefan-Boltzmann'sches Gesetz (Pro Quadratmeter von einer Oberfläche der Temperatur T emittierte Leistung):

$$P = \sigma_B T^4$$

Wien'sches Gesetz:

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}$$