



Frage 1: Massenbestimmung des Coma Galaxienhaufens

Die Einzelgalaxien im Coma Galaxienhaufen haben eine mittlere Radialgeschwindigkeit von 6750 km s^{-1} mit einer Geschwindigkeitsdispersion von 900 km s^{-1} . Der Haufen erscheint am Himmel unter einem Winkel von ungefähr 2 Grad.

- Bestimmen Sie die Entfernung des Coma Haufens.
($H_0 = 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$)
- Der Coma-Haufen hat ungefähr kugelförmige Gestalt. Was ist sein Radius?
- Die Einzelgalaxien bewegen sich im Gravitationspotential des Haufens. Schätzen Sie ab, wie lange es für eine Galaxie dauert, den Haufen einmal zu durchqueren. Vergleichen Sie diese Zeit mit dem Alter des Universums (ca. 15 Mrd. Jahre). Warum folgt hieraus, dass der Coma-Haufen gravitativ gebunden sein muss?
- Bestimmen Sie mit dem Virialsatze die Masse des Coma-Haufens.
- Die Leuchtkraft des Coma Haufens ist $L_{\text{Coma}} \sim 5 \cdot 10^{12} L_{\odot}$. Bestimmen Sie das Masse-Leuchtkraft Verhältnis in Einheiten von Sonnenmassen und Sonnenleuchtkräften.
- Diese Berechnung wurde erstmals im Jahr 1933 von Fritz Zwicky durchgeführt. Diskutieren Sie, welche Interpretationsmöglichkeiten ihm dieses Ergebnis erlaubte.

Frage 2: Der Virialsatz

Eine der wichtigsten Werkzeuge bei der Massenbestimmung im Universum ist der sogenannte Virialsatz,

$$T = \frac{1}{2}|U| \quad (2.1)$$

wo T und U die gesamte kinetische und potentielle Energie des Systems ist.

Zur Herleitung des Virialsatzes betrachten wir ein System gravitativ wechselwirkender Teilchen verschiedener Masse, m_i .

- Zeigen Sie, dass für das i -te Teilchen gilt

$$\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2}(m_i \mathbf{r}_i^2) - m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2 = \sum_{j \neq i} \frac{G m_i m_j \mathbf{r}_i \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3} \quad (2.2)$$

- Im statistischen Gleichgewicht gilt, dass im Zeitmittel

$$\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} \sum_i m_i \mathbf{r}_i^2 = 0 \quad ()$$

ist. Summieren Sie Gl. 2.2 über alle Teilchen des Systems und zeigen Sie unter der Annahme des Gleichgewichts, dass daraus der Virialsatz folgt.