Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

Einführung in die Astronomie I

Sommersemester 2011
Übungsaufgaben 6
J. Wilms
21. Juni 2011

Frage 1: *Räumliche Auflösung eines Teleskops, Interferometrie*

Durch kohärente Überlagerung des Lichtes zweier (oder mehrerer) Teleskope (Interferometrie) kann die räumliche Auflösung sehr gesteigert werden. Sie entspricht in etwa der beugungsbegrenzten Auflösung eines Teleskops mit dem Durchmesser der Interferometerbasislänge (bis auf Faktor 1.22).

a) Ein Teleskop des ESO VLT hat einen Spiegeldurchmesser von 8 m. Wie groß ist die beugungsbegrenzte Auflösung bei 4000 Å?

b) Drei der vier Teleskope des VLT (Unit Telescope, UT) können als Interferometer (VLTI) im infraroten Licht betrieben werden. Die größmögliche Basislänge (UT1–UT4) beträgt 130 m. Wie groß ist die Auflösung bei einer Wellenlänge von $1.2\,\mu$m?

c.) Die Radioteleskope in Onsala Schweden und Amherst (USA) sind 2900 km von einander entfernt. Sie arbeiten als Interferometer. Wie groß ist die Auflösung dieses Interferometers bei 1.4 GHz entlang der Basislinie?

Frage 2: *Sonnenbeobachtung*

Die Leuchtkraft der Sonne beträgt $L_\odot = 4 \times 10^{26}$ W.

a) Berechnen Sie die sogenannte Solarkonstante, d.h. die pro Quadratmeter Fläche aufgenommene Strahlungsleistung der Sonne. Gehen Sie davon aus, daß die Sonne im Zenit steht, d.h. daß die Sonnenstrahlung senkrecht auf die Erdoberfläche einfällt, und daß die Abschwächung der Strahlung der Sonne in der Erdatmosphäre vernachlässigbar ist (*Anmerkung:* Letztere Annahme ist so nicht ganz richtig, für den Zweck dieser Aufgabe aber ausreichend.).

b) Ein unvernünftiger Studierender versucht, die Sonne mit dem Bamberger Spiegelteleskop (Spiegeldurchmesser 60 cm) mit dem blossen Auge zu beobachten. Nehmen Sie an, daß die vom Teleskop aufgenommene Strahlungsleistung im Auge des Studierenden in einem Volumen von 1 mm^3 konzentriert wird. Wie lange dauert es, bis das Eiweiß in diesem Volumen geronnen ist und ein toter Fleck im Gesichtsfeld entsteht? Der Einfachheit halber soll davon ausgegangen werden, daß das Augeninnere wie Eiklar bei 62°C gerinnt und dass es ansonsten die Dichte und spezifische Wärmekapazität von Wasser hat (also $c = 4.187\,\mathrm{J\,g^{-1}\,K^{-1}}$).

Frage 3: *Die bewohnbare Zone (Präsenzaufgabe)*

In der Diskussion der Frage, ob es Leben in extrasolaren Planetensystemen gibt, ist üblicherweise eine der Grundannahmen, daß für die Existenz von Leben auf einem Planeten das Vorhandensein flüssigen Wassers eine Grundbedingung ist. Diese Annahme hat zum Konzept der "bewohnbaren Zone" in Sonnensystemen geführt. In dieser Frage werden wir dieses Konzept benutzen, um zu untersuchen, wo Leben in unserem eigenen Sonnensystem existieren kann. Dabei sollte allerdings bemerkt sein, daß das Konzept der bewohnbaren Zone innerhalb der Astrobiologie umstritten ist. Siehe zum Beispiel "What Does a Martian Look Like?: The Science of Extraterrestrial Life" von Jack Cohen und Ian Steward für eine gute Darstellung dieser Diskussion. Wir werden zudem in dieser Frage davon ausgehen, daß Wasser nur aufgrund von Sonnenstrahlung verflüssigt wird und andere Energiequellen, wie zum Beispiel die Heizung über Gezeitenkräfte im Fall des Mondes Europa vernachlässigen.

a) Wir betrachten einen kugelförmigen Planeten mit Radius r, der sich auf einer Kreisbahn mit Radius d um einen Stern der Leuchtkraft L bewegt. Die Leuchtkraft ist die gesamte vom Stern abgestrahlte

Leistung. Die Gesamtleistung, die zum Aufheizen der Planetenoberfläche zur Verfügung steht, ist die von der sonnenzugewandten Seite des Planeten aufgenommene Leistung, $P_{\rm tot}$, abzüglich der Leistung, die durch Wolken in der Atmosphäre sofort wieder abgestrahlt wird. Diese Reflektivität wird die "Albedo", a, genannt. Die Albedo ist der Relativanteil der abgestrahlten Leistung, damit ist die auf der Planetenoberfläche eingestrahlte Leistung gegeben durch $P_{\rm abs} = (1 - a)P_{\rm tot}$. Nimm an, daß die Atmosphäre des Planeten diesen gut genug isoliert, daß ein Temperaturgleichgewicht auf der Planetenoberfläche eintreten kann. Dieses wird erreicht, wenn die empfangene Gesamtleistung gleich der im Infraroten abgestrahlten Leistung ist.

Leiten Sie eine Formel für die mittlere Planetentemperatur ab, indem Sie die auf der sonnenzugewandten Seite des Planeten empfangene Leistung der von der ganzen Planetenoberfläche abgestrahlten Leistung gleichsetzen. Die pro Flächeneinheit von einem Körper der Temperatur T abgestrahlte Leistung ist dabei durch das Stefan-Boltzmann Gesetz gegeben durch

$$P_{\rm em} = \epsilon\sigma_{\rm SB}T^4$$

wo die *Emissivität* ϵ ein Maß dafür ist, wie sehr das Spektrum des Körpers einem Schwarzen Körper genügt, und wo die Stefan-Boltzmann Konstante $\sigma_{\rm SB} = 5.7 \times 10^{-8}\,{\rm W\,m^{-2}\,K^{-4}}$.
(*Antwort:* $T = \left\{((1 - a)L)/(16\pi d^2\epsilon\sigma_{\rm SB})\right\}^{1/4}$).

b) Benutzen Sie die obige Gleichung, um die mittlere Temperatur auf der Erdoberfläche zu berechnen ($d = 1\,{\rm AU} = 150 \times 10^6\,{\rm km}$), wobei $a_{\oplus} = 0.3$. Nehmen Sie an, daß die Erde wie ein Schwarzer Körper strahlt, d.h. $\epsilon = 1$, und geben Sie die Temperatur sowohl in Kelvin als auch in Grad Celsius an. Die Sonnenleuchtkraft ist $L = 4 \times 10^{26}$ W.

c) Die Temperatur, die in der obigen Frage gefunden wurde, ist zu gering: Die mittlere Temperatur der Erdoberfläche ist wegen des Treibhauseffektes mit +17°C deutlich höher. Hier wird ein Großteil der von der Erdoberfläche emittierten Infrarotstrahlung in der Atmosphäre wieder absorbiert, was die Atmosphäre heizt. Aus Symmetriegründen wird nur die Hälfte der von der Atmosphäre abgestrahlten Leistung in den Weltraum abgestrahlt, der Rest verbleibt auf der Erde und heizt diese auf. Wir können den Treibhauseffekt der Einfachheit halber modellieren, indem wir $\epsilon = 0.6$ setzen. Das ergibt eine vorhergesagte Temperatur von 19°C.

Auf der Erde wird Leben in Regionen mit mittleren Temperaturen zwischen −10°C und +30°C beobachtet. Wir können diesen Temperaturbereich benutzen, um die "bewohnbare Zone" unseres Sonnensystems zu definieren. Um unsere Abschätzung realistischer zu gestalten, sollte festgehalten werden, daß es 4.6 Milliarden Jahre brauchte, bis sich intelligentes Leben auf der Erde entwickelt hatte. Während dieses Zeitraums erhöhte sich die Sonnenleuchtkraft um ungefähr 30%. Benutzen Sie diese Information, um den inneren und äußeren Radius der bewohnbaren Zone um die Sonne auszurechnen. Was ist die maximale Exzentrizität, die ein Planet haben kann, um immer innerhalb der bewohnbaren Zone zu sein? Nimm an, daß der Treibhauseffekt während dieses Zeitraumes konstant war (Achtung: das ist *nicht* vollständig korrekt; die jetzige Zusammensetzung der Erdatmosphäre ist das Resultat, daß Leben die Atmosphäre und damit den Treibhauseffekt geändert haben!).