Thermisches Gleichgewicht

4. Thermisches Gleichgewicht

Temperatur im Nebel (statisch)

Energiegleichgewicht: Heizung (Photoionisation)

=

Kühlung (Rekombination, verbotene Linien)

- Heizung: Photoionisation

$$E_p = \frac{1}{2} m v^2 = h(\nu - \nu_0)$$

- Rekombination: (im Mittel)

$$E_r = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$\bar{v} < v$, da e^- thermalisiert

↳ es werden bevorzugt langsame e^- eingefangen

- Nettogewinn:

$$\Delta E = E_p - E_r$$

- Energieverluste:

a) Stoßanregung + nachfolgende Emission eines (verbotenen) Photons, das den Nebel verläßt.

b) Bremsstrahlung, meist weniger wichtig

Heizung durch Photoionisation

H - Nebel

Energie - Input (pro Volumen und pro sec)

$$\underset{\text{"Gain"}}{G(H)} = N_{H^0} \int_0^\infty \underbrace{\frac{4\pi}{h\nu} J_\nu}_{\substack{\text{Zahl der} \\ \text{ionisierenden Photonen}}} \underbrace{h(\nu-\nu_0)}_{\text{Energie/Photon}} a_\nu(H^0)\, d\nu$$

Photoionisationsgleichgewicht:

$$N_{H^0} \int_{\nu_0}^\infty \frac{4\pi}{h\nu} J_\nu a_\nu d\nu = n_p \cdot n_e \cdot \alpha_A(T)$$

nach N_{H^0} auflösen und in $G(H)$ einsetzen:

$$G(H) = n_p n_e \alpha_A(T) \cdot \underbrace{\frac{\int_{\nu_0}^\infty \frac{4\pi}{h\nu} J_\nu h(\nu-\nu_0) a_\nu(H^0) d\nu}{\int_{\nu_0}^\infty \frac{4\pi}{h\nu} J_\nu a_\nu d\nu}}_{\langle E \rangle}$$

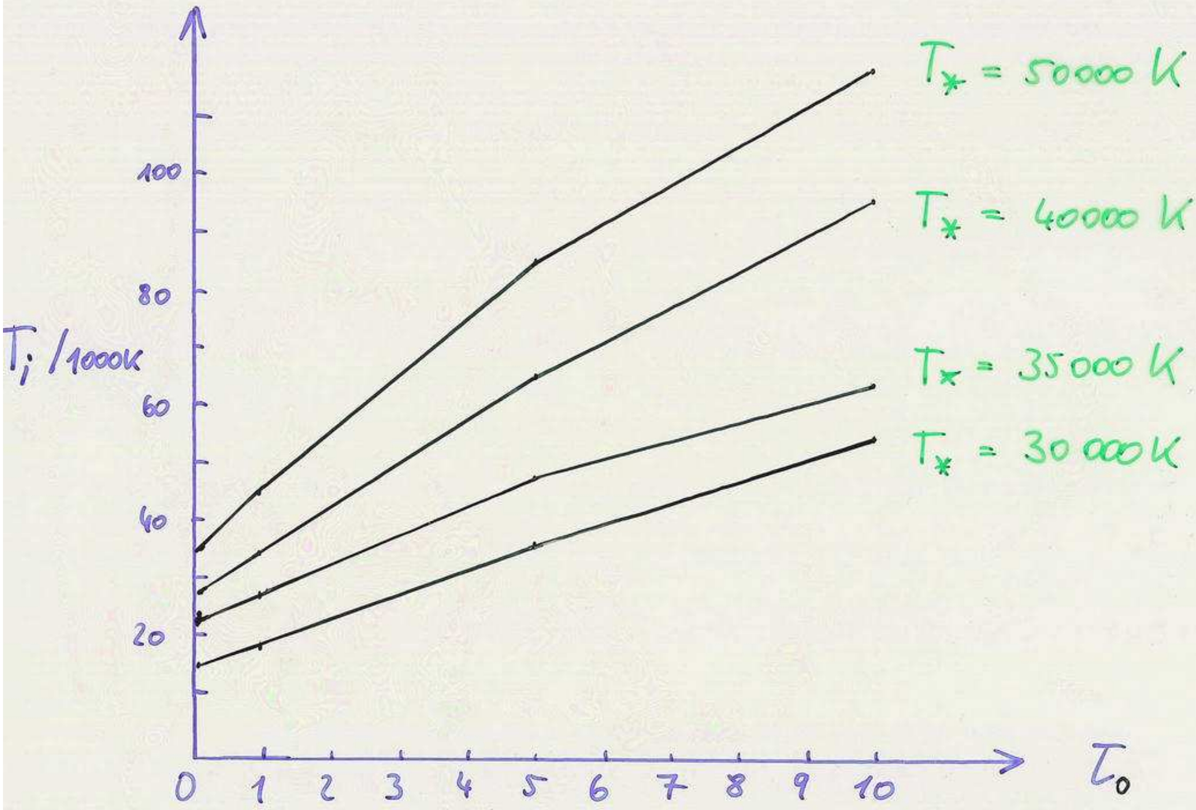
$\langle E \rangle$ mittlere Energie, gewichtet mit $g(\nu) = \frac{4\pi}{h\nu} J_\nu a_\nu$

$$\langle E \rangle := \frac{3}{2} k T_i$$

T_i = Temperatur der erzeugten Photoelektronen (bevor sie thermalisiert werden)

T_i = Fkt(τ_0)

für $J_\nu = B_\nu \Rightarrow T_i \approx T_*$ solange $kT_* < h\nu_0$ (d.h. $T_* \lesssim 160000$K)



T_i wächst mit τ_0 an; $T_i > T_*$ für große optische Tiefen

Grund: $a_\nu \sim \frac{1}{\nu^3}$ $\rightarrow$ hochenergetische Photonen dringen tiefer in den Nebel ein.

$\langle E \rangle$ größer für große optische Tiefen

Energieverluste durch Rekombination (pro Volumen und Zeit)

$$L_R(H) = n_e n_p \underbrace{kT}_{\text{Energie eines thermalisierten Elektrons}} \beta_A(H^0, T)$$

"Loss" "Recombination"

β_A = Rekombinations~~k~~Koeffizient, gemittelt über

Kinetische Energie $= \beta_A = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} \beta_{nl}(H^0, T)$

$$\beta_{nl} := \frac{1}{kT} \int_0^\infty v \sigma_{nl}(H^0, T) \frac{1}{2} m v^2 f(v)\, dv$$

n.b.: $\alpha_{nl} := \int_0^\infty v \sigma_{nl} f(v)\, dv$

Rekomb.-Koeffizient

Erinnerung: Milne-Relation

$$\sigma_{nl} = \frac{g_p}{g_{H^0}} \frac{h^2 \nu^2}{m^2 c^2} \cdot \frac{1}{v^2} a_\nu$$

$$\sigma_{nl} \sim \frac{1}{v^2}$$

niederenergetische Elektronen werden bevorzugt eingefangen

$$G(H) = L_R(H) \implies T > T_i$$

Energiegleichgewicht für Fall B, (= opt. dicker H-Nebel)

Weitere Energieverluste

- frei-frei-Strahlung (Bremsstrahlung)

$$L_{ff} = 1.42 \cdot 10^{-27} Z^2 T^{1/2} n_e \cdot N_+ \cdot g_{ff} \quad [\mathrm{erg/cm^3/s}]$$

$N_+ = n_p + N_{He^+}$

Gauntfaktor $g_{ff}(n_e, T) \approx 1{,}3$

meist vernachlässigbar!

- Energieverluste durch stoßangeregte Linienemission

Erinnerung: Stoßanregung viel häufiger als Rekombination

H, He Keine stoßangeregten Niveaus

OII, OIII, NII... stoßangeregte Niveaus, emittieren Photonen, die den Nebel verlassen

→ wichtiger Energieverlust trotz geringer Elementhäufigkeit

Energieverlust:

$$L_c = \overbrace{N_u A_{ul}}^{\text{rad. Abwärtsrate}} h\nu_{ul}$$

"collision"

N_u Besetzungsdichte des oberen Niveaus

A_{ul} Übergangswahrscheinlichkeit up → low

ν_{ul} Linien-Frequenz

Ursprung der stoßangeregten Linienemission

- verbotene Übergänge in np^q - Termschemata

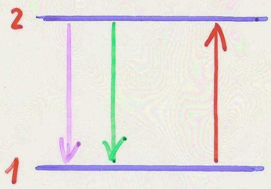
  $n = 2, 3 \qquad q = 1, \ldots, 5$ (s. S. 1.4)

  p^1, p^5 2 Niveaus

  p^2, p^3, p^4 5 Niveaus

- UV-Resonanz- und Interkombinationslinien (3 Niveaus)

- Der 2-Niveau-Fall



↑ Stoßanregung
↓ Stoßabregung
↓ Emission eines Photons

Stoßanregungsrate (pro Einheitsvolumen und Zeit):

$$n_e \cdot N_1 \cdot q_{12}$$

q_{12}: Stoßanregungsquerschnitt

Stoßabregungsrate (s.o.):

$$n_e \cdot N_2 \cdot q_{21}$$

q_{21}: Stoßabregungsq.s.

Photoemissionsrate:

$$N_2 A_{21}$$

Bilanzgleichung:

$$\boxed{n_e N_1 q_{12} = n_e N_2 q_{21} + N_2 A_{21}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{q_{12}}{A_{21}} \left[\frac{n_e}{1 + n_e q_{21}/A_{21}} \right]$$

- Kühlungsrate:

$$L_c = N_2 A_{21}\, h\nu_{21}$$

$$= N_1 q_{12}\, h\nu_{21} \left[\frac{n_e}{1 + n_e q_{21}/A_{21}} \right]$$

- im Grenzfall $n_e \to \infty$: (d.h. Kühlrate wird reduziert durch Stoßabregungen)

$$[\ \ ] = \frac{1}{1/n_e + q_{21}/A_{21}} \approx \frac{A_{21}}{q_{21}}$$ d.h. $n_e \gg \frac{A_{21}}{q_{21}}$

$$L_c = N_1 \frac{q_{12}}{q_{21}} A_{21} h\nu_{21}$$

- im Grenzfall $n_e \to 0$: (d.h. volle Kühlrate)

$$[\ \ ] \approx n_e$$ d.h. $\frac{n_e \cdot q_{21}}{A_{21}} \ll 1$

$$n_e \ll \frac{A_{21}}{q_{21}}$$

$$L_c = N_1 n_e \cdot q_{12} h\nu_{21}$$

Kritische Dichte: $N_c := \frac{A_{21}}{q_{21}}$ d.h.: $n_e < N_c \Rightarrow$ Stoßabregung ist unwichtig

Stoßanregungskoeffizient q_{12} :

$$q_{12} := \int_0^\infty v\,\sigma_{12}(v)\, f(v)\, dv$$

σ_{12} Stoßanregungsquerschnitt (nicht Rekombinationsquerschnitt !!)

$$\sigma_{12} = \frac{\pi \hbar^2}{m^2 v^2} \frac{\Omega(1,2)}{g_1}$$ für $\underbrace{\tfrac{1}{2} m v^2 \geq X}_{X = h\nu_{12}}$, sonst $\sigma_{12} = 0$

$\Omega(1,2)$ "collision strength"

Komplizierte Funktion von v

in erster Näherung konstant, Größenordnung 1

gebraucht wird über $f(v)$ gemittelter Querschnitt

- Beziehung zwischen Stoßan- und -abregungskoeffizient

(analog zur Milne-Relation):

im TE gilt: $$q_{12} = q_{21} \frac{g_2}{g_1} e^{-\overset{h\nu_{12}}{X}/kT}$$

hängt nur von atomaren Daten ab $\rightarrow$ gilt immer

Damit wird die Kühlungsrate für $n_e \gg N_c$:

$$L_c = N_1 \frac{q_{12}}{q_{21}} A_{21} h\nu_{21}$$

$$L_c = N_1 \frac{g_2}{g_1} e^{-X/kT} A_{21} h\nu_{21} \qquad =: \text{"TE-Kühlrate"}$$

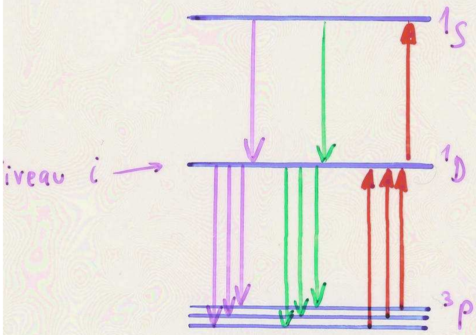
- simple Relation für Ω zwischen Term mit einem Niveau und Term mit mehreren Niveaus:

$$\Omega(SLJ, S'L'J') = \frac{2J'+1}{(2S'+1)(2L'+1)} \Omega(SL, S'L')$$

$$= \frac{\text{stat. Gewicht level}}{\text{stat. Gew. Term}} \Omega(SL, S'L')$$

Der 5-Niveau-Fall (z.B. OIII)

5 Bilanzgleichungen



↑ Stoßanregung

↓ Stoßabregung

↓ Emission eines Photons

Gewinne eines Niveaus i :

$$\sum_{j \neq i} N_j n_e q_{ji} + \sum_{j>i} N_j A_{ji}$$

Verluste eines Niveaus i :

$$N_i \sum_{j \neq i} N_e q_{ij} + N_i \sum_{j<i} A_{ij}$$

Bilanz:

$$\sum_{j \neq i} N_j n_e q_{ji} + \sum_{j>i} N_j A_{ji} = N_i \left(\sum_{j \neq i} n_e q_{ij} + \sum_{j<i} A_{ij} \right)$$

+ Teilchenzahlerhaltung : $\sum_{j=1}^{5} N_j = N$

→ Auflösen nach N_i

→ Kühlungsrate : $L_c = \sum_i N_i \sum_{j<i} A_{ij} h\nu_{ij}$

- Kritische Dichte für Niveau i

$$N_c(i) := \sum_{j<i} A_{ij} \Big/ \sum_{j \neq i} q_{ij}$$

$n_e < N_c(i)$: Stoßabregung vernachlässigbar

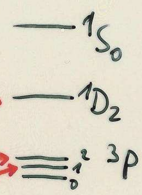
Stoßabregung verringert die Kühlrate, da Konkurrenzprozeß zur Photonenemission.

Kritische Dichten für einige Niveaus, die wesentlich zur Kühlrate beitragen:

Critical densities for collisional de-excitation

Ion	Level	$N_c(\text{cm}^{-3})$	Ion	Level	$N_c(\text{cm}^{-3})$
C II	${}^2P_{3/2}$	8.5×10^1	O III	${}^1D_2$	7.0×10^5
C III	${}^3P_2$	5.4×10^5	O III	${}^3P_2$	3.8×10^3
N II	${}^1D_2$	8.6×10^4	O III	${}^3P_1$	1.7×10^3
N II	${}^3P_2$	3.1×10^2	Ne II	${}^2P_{1/2}$	6.6×10^5
N II	${}^3P_1$	1.8×10^2	Ne III	${}^1D_2$	7.9×10^6
N III	${}^2P_{3/2}$	3.2×10^3	Ne III	${}^3P_0$	2.0×10^4
N IV	${}^3P_2$	1.4×10^6	Ne III	${}^3P_1$	1.8×10^5
O II	${}^2D_{3/2}$	1.6×10^4	Ne V	${}^1D_2$	1.6×10^7
O II	${}^2D_{5/2}$	3.1×10^3	Ne V	${}^3P_2$	3.8×10^5
			Ne V	${}^3P_1$	1.8×10^5

NOTE: All values are calculated for $T = 10,000°$ K.



UV-Resonanzlinien (erlaubte Übergänge) und Interkombinationslinien sind ebenfalls stoßangeregt. N_c ist sehr viel größer als bei verbotenen Linien (A_{ij} groß). $\Longrightarrow$ Stoßabregung vernachlässigbar.

Gesamtenergieverlust

$$L_c^{ges.} = \sum_{\text{Elemente}} \sum_{\text{Ionen}} L_c(\text{Element, Ion})$$

L_c (Element, Ion) $\sim$ α (Element)

↳ relative Häufigkeit des chem. Elements

Kühlungsrate besonders hoch bei kleinen Dichten (*)

(Stoßabregung vernachlässigbar)

Resultate: Thermisches Gleichgewicht

vollständige Gleichgewichtsbedingung:

$$\underset{\text{Ionis.}}{G} = \underset{\text{Rekomb.}}{L_R} + \underset{\text{frei-frei}}{L_{FF}} + \underset{\text{Stoß-Kühlung}}{L_c^{ges.}}$$

Konvention:

$$G - L_R = L_{FF} + L_c^{ges.}$$

$G - L_R$ = "effektive Heizrate"

wichtigste Kühlrate L_c^{ges}

Wegen der Dichteabhängigkeit von L_c^{ges}:

T wächst mit steigender Dichte n_e (folgt aus *)

4.12

Beispiele: a) HII-Region (niedriges n_e)

G-L_R (Heizrate)

$L_{FF}+L_C^{ges.}$ (Kühlrate)

Schnittpunkt ⇒ Temperatur

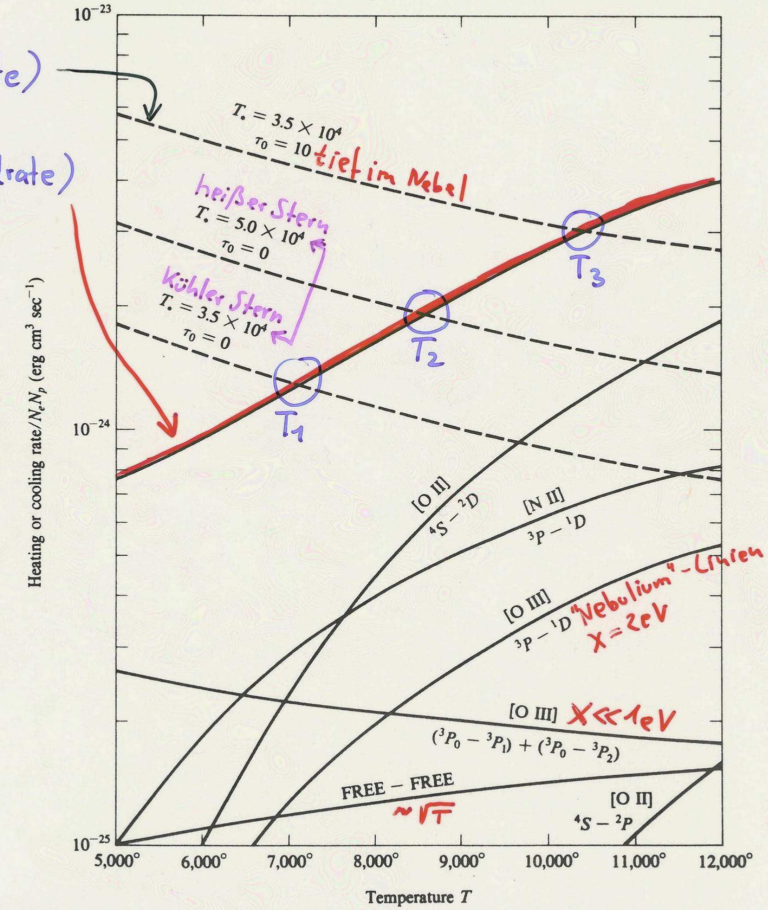
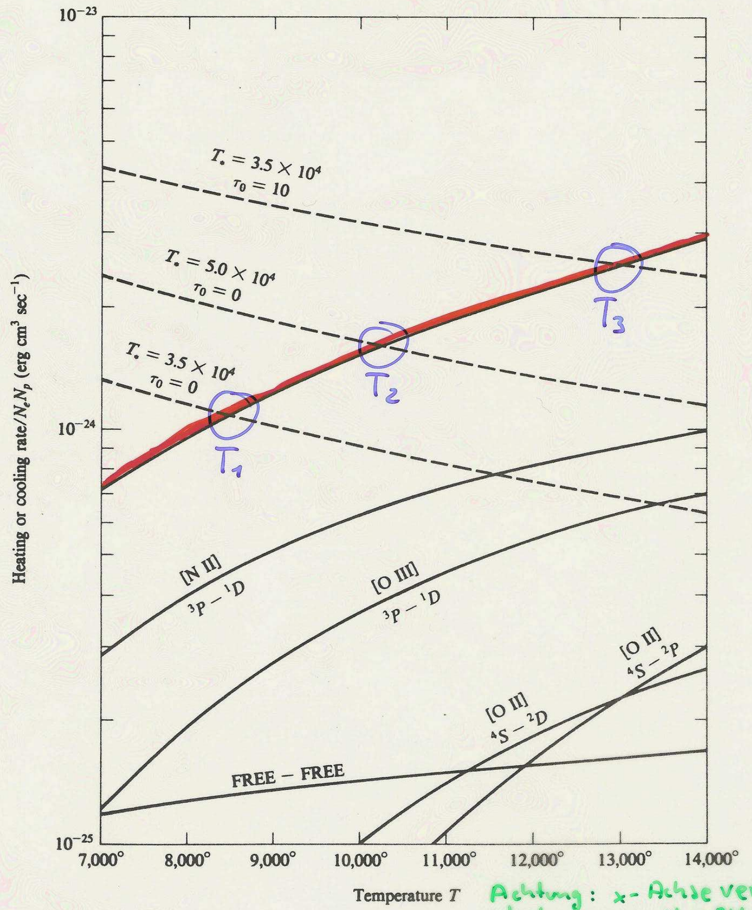


FIGURE 3.2

Net effective heating rates (G-L_R) for various stellar input spectra, shown as dashed curves. Total radiative cooling rate ($L_{FF} + L_C$) for the simple approximation to the H II region described in the text is shown as highest solid black curve, and the most important individual contributors to radiative cooling are shown by labeled solid curves. The equilibrium temperature is given by the intersection of a dashed curve and the highest solid curve. Note how the increased optical depth τ_0 or increased stellar temperature T_* increases T by increasing G.

b) PN $n_e = 10^4 cm^{-3}$



Achtung: x-Achse verschoben gegenüber Abb. 3.2

FIGURE 3.3

Same as Figure 3.2, except that collisional de-excitation at $N_e = 10^4$ cm^{-3} has been approximately taken into account in the radiative cooling rates.

Heizrate nimmt mit T ab, weil Rekombinationskoeff. $\alpha(T)$ abnimmt.

qualitativer Verlauf d. Kühlrate für ein Niveau: Maximum bei $kT \approx X$ ($11600 K \hat{=} 1eV$), → viele e^- der Maxwellverteilung können Stoßanregung machen.

Zusammenfassung

- Ionisationsgleichgewicht
  + thermisches Gleichgewicht
  erlauben es, Temperaturschichtung + Ionisationsstruktur eines Gasnebels zu berechnen.
- Dazu müssen bekannt sein:
  - Eigenschaft des/der Zentralsterns (e)
    → ionisierendes Strahlungsfeld
  - Häufigkeiten der chemischen Elemente
    → Kühlungsraten
  - Dichteschichtung (Geometrie)

  Bestimmung dieser Parameter durch Vergleich mit Beobachtung (Spektren)

⇒ Berechnung des emittierten Spektrums eines Gasnebels